MATEMAATIKAOLÜMPIAADI PIIRKONNAVOOR

6. klass

5. mai 2021

LAHENDUSED ja HINDAMISJUHISED

I osa

1) $0,15 = \frac{3}{20}$

2) 8

3) 4

4) 31

5) 10

6) 400

7) 22,5° (ilma kraadimärgita 1p)

8) 25

9) 24 cm^2 (ilma õige ühikuta 1p)

10) 9 (vastuse eest kujul A = 4, B = 4, C = 1 anda 1p)

II osa

1. Vastus. Ruudu külje pikkus oli 5,25 cm.

Lahendus.
Kolmnurga lühim külg oli 14 cm : 4 = 3,5 cm. Selle kolmnurga kahe pikema külje pikkuste summa oli 14 cm – 3,5 cm = 10,5 cm.
Ristküliku ümbermõõt oli kaks korda suurem kolmnurga kahe pikema külje pikkuste summast, st 2 · 10,5 cm = 21 cm.
Ruudu ümbermõõt oli samuti 21 cm.
Järelikult ruudu külje pikkus oli 21 cm : 4 = 5,25 cm.

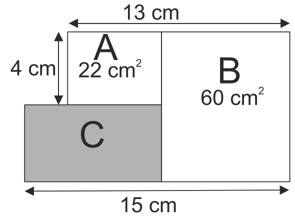
Hindamine
Leitud kolmnurga lühima külje pikkus: 1p
Leitud ristküliku ümbermõõt: 2p
Järeldatud ruudu ümbermõõt: 1p
Leitud ruudu külje pikkus: 1p
Antud ainult õige vastus koos õige ühikuga: 2p

2.Vastus. Suurim võimalik väärtus on 456780.

Lahendus.
Olgu otsitav arv 456ABC.
Et arv peab jaguma arvuga 5, siis viimane number C on kas 0 või 5. Kuna see peab jaguma ka arvuga 4, siis kindlasti peab olema see paarisarv ja seega C on 0.
Arv jagub arvuga 6, kui see jagub arvudega 2 ja 3.
Et arv jaguks arvuga 3, peab selle ristsumma jaguma arvuga 3.
Teadaolevate numbrite summa on 4 + 5 + 6 + 0 = 15. See jagub arvuga 3 ning seega ka summa A + B peab jaguma arvuga 3.
Kui A oleks 9, siis selleks, et summa A + B jaguks arvuga 3, peab B olema kas 6, 3 või 0. Kuna arvu kõik numbrid pidid olema erinevad, siis 6 ja 0 ei sobi. Kui B oleks 3, siis arv ei jaguks arvuga 4. (Arv jagub arvuga 4, kui selle kahest viimasest numbrist moodustuv arv jagub arvuga 4.)
Kui A oleks 8, siis selleks, et A + B jaguks arvuga 3, peaks B olema, kas 1, 4 või 7. Kuna number 4 on juba arvus olemas, siis see ei sobi. Kui see oleks 1 või 7, siis kuuekohaline arv ei jaguks arvuga 4.
Kui A oleks 7, siis selleks, et A + B jaguks arvuga 3, peaks B olema kas 2, 5 või 8. Kui B oleks neist suurim võimalik 8, siis arv jaguks ka arvuga 4.

Hindamine
Näidatud, et arvu üheliste number on 0: 1p
Näidatud, et arvu sajaliste number ei saa olla 9: 2p
Näidatud, et arvu sajaliste number ei saa olla 8: 1p
Näidatud, et kui arvu sajaliste number on 7, siis kümneliste suurim võimalik väärtus on 8: 1p
Antud ainult õige vastus koos õige ühikuga: 2p

3. Vastus. Pindala on 30 cm^2.



Lahendus. Tähistame kolm antud ristkülikut tähtedega A, B ja C joonisel näidatud viisil.
Ristküliku A pindala on 22 cm^2 ja üks külg on pikkusega 4 cm. Seega ristküliku A teise külje pikkus on 22 cm^2 : 4 cm = 5,5 cm.
Ristküliku B ühe külje pikkuseks on siis 13 cm – 5,5 cm = 7,5 cm.
Et ristküliku B pindala on 60 cm^2, siis selle teise külje pikkus on 60 cm^2 : 7,5 = 8 cm.
Ristküliku C ühe külje pikkus on siis 15 cm – 7,5 cm = 7,5 cm ja teise külje pikkus on 8 cm – 4 cm = 4 cm.
Ristküliku C pindala on 4 cm · 7,5 cm = 30 cm^2.

Hindamine
Leitud pindalaga 22 cm^2 ristküliku teise külje pikkus: 1p
Leitud pindalaga 60 cm^2 ristküliku külgede pikkused: 2p
Leitud tumedaks värvitud ristküliku külgede pikkused: 1p
Leitud tumedaks värvitud ristküliku pindala: 1p

4. Vastus. 5 ümbrikut

Lahendus. Ruutu mõõtmeetega 15 cm x 15 cm saab moodustada kas

A) kolmest kaardist mõõtmetega 5 cm x 15 cm,

B) kolmest erinevast kaardist,

C) kolmest kaardist mõõtmetega 5 cm x 10 cm ja ühest kaardist mõõtmetega 5 cm x 15 cm.

* Näitame, et sellest kui võtta mingid neli ümbrikku ei piisa.

Näiteks saame võtta neli ümbrikut nii, et neist saadavatest tükkidest kaks on mõõtmetega 5 cm x 15 cm ja kaks on mõõtmetega 5 cm x 10 cm.

* Näitame nüüd, et alati kui võtame 5 ümbrikku, siis sellise ruudu moodustamine on võimalik.

Kui viie kaardi seas on ruut 10 cm x 10 cm, siis ülejäänud nelja kaardi seas on

1) 3 tk kujuga 5 cm x 10 cm ja 1 tk kujuga 5 cm x 15 cm (sellisel juhul saame ruudu moodustada kas variandi B) või C) järgi),

2) 2 tk kujuga 5 cm x 10 cm ja 2 tk kujuga 5 cm x 15 cm (sellisel juhul saame ruudu moodustada ainult variandi B) järgi),

3) 1 tk kujuga 5 cm x 10 cm ja 3 tk kujuga 5 cm x 15 cm (sellisel juhul saame ruudu moodustada kas variandi A) või B) järgi),

4) 4 tk kujuga 5 cm x 15 cm (sellisel juhul saame ruudu moodustada ainult variandi A) järgi).

Kui viie kaardi seas ei ole ruutu 10 cm x 10 cm, siis nende seas

1) 3 tk kujuga 5 cm x 10 cm ja 2 tk kujuga 5 cm x 15 cm (sellisel juhul saame ruudu moodustada ainult variandi C) järgi),

2) 2 tk kujuga 5 cm x 10 cm ja 3 tk kujuga 5 cm x 15 cm (sellisel juhul saame ruudu moodustada ainult variandi A) järgi),

3) 1 tk kujuga 5 cm x 10 cm ja 4 tk kujuga 5 cm x 15 cm (sellisel juhul saame ruudu moodustada ainult variandi A) järgi),

4) 5 tk kujuga 5 cm x 15 cm (sellisel juhul saame ruudu moodustada ainult variandi A) järgi).

Igal juhul saab viie ümbriku võtmisel moodustada ruutu kujuga 15 cm x 15 cm.

Hindamine

Näitab, et neljast ümbrikust ei piisa: 1p

Näitab, et 5-st ümbrikust piisab, sh

läbivaadatud kõik võimalused: 3p

läbivaadatud vähemalt 4 võimalust, aga mitte kõik: 1p

Antud vastus: 1p

Antud ainult õige vastus 5 ümbrikut: 1p

5. Vastus. 21432114561

Lahendus 1.

MATEMAATIKA

Numbrite M, A, T, E, I ja K seas on kolm paarisarvulist ja kolm paaritu arvulist numbrit.

Vaatame järjestikustest numbritest moodustuvaid neljakohalisi arve

MATE	ATEM	TEMA	EMAA
MAAT	AATI	ATIK	TIKA

Esimesteks on numbrid M, A, T ja E. Neist 8-st arvust peab neljal arvul tuhandeliste number olema paarisarvuline. Numbriga M algab kaks arvu, numbriga A kolm arvu, numbriga T kaks arvu ja numbriga E üks arv. Järelikult paarisarvulised numbrid on kas M ja T või A ja E.

Vaatame nüüd kõikvõimalike kahekohalisi arve.

MA, AT, TE, EM, MA, AA, AT, TI, IK, KA

Neist 10-st arvust kuus peavad olema paaritud. Kui A ja E oleks paarisarvulised, siis kümnest arvust juba 5 oleks paarisarvulised ja see ei sobi. Seega paarisarvulised peavad olema M ja T ning paaritu arvulised A ja E.

Teame veel, et summa MA + TE + MAA + TI + KA peab olema paaritu. Kuna A ja E on paaritud, siis ka I peab olema paaritu.

Seega M, T ja K on paarisarvulised ning A, E ja I on paaritud.

Seega vähim võimalik arv, mis sellele sõnale vastata saab on 21432114561.

Lahendus 2.

Küsitud on vähimat arvu, seega hakkame järjest proovima andes arvu esimestele numbritele võimalikult väikseid väärtusi.

* Olgu M vähim võimalik arv, s.o 1, mis on paaritu

1) Kui A on vähim võimalik paarisarv, s.o A = 2.
   Siis asendades need tähed saame 12TE122TIK2. Sel juhul on juba neljast järjestikusest numbrist moodustuvatest arvudest kolmel tuhandeliste numbriks paarisarv. Et lisaks tekiks vaid üks selline arv, peab E olema paarisarv. Sel juhul vaadeldes kahest kõrvutiolevast numbrist moodustuvaid kahekohalisi arve, (mida on kokku 10) näeme, et neid 5 on juba paarisarvulised. Seega ei saa olla, et kahekohalistest arvudest 6 oleks paaristud. Seega A ei saa olla paarisarvuline, kui M on paaritu.
2) Kui A on vähim võimalik paaritu arv, s.o A = 3.
   Siis asendades tähed saame 13TE133TIK3. Sel juhul vaadates neljast järjestikusest numbrist moodustavaid arve, siis nende seas oleks vaid kolm sellist, kus tuhandeliste number on paaris. Järelikult, kui M on paaritu, siis A ei saa olla paaritu.

Seega M ei saa olla paaritu.

*Olgu M vähim võimalik paarisarv, s.o M = 2.

Vähima arvu saaksime juhul, kui A oleks 1.

1) Siis asendades need tähed saame 21TE211TIK1.
   Et neljakohaliste arvude seas oleks paarisarvulise tuhandelist numbriga arve neli, peaks tähele T vastama ka paarisarv. Saame ka järeldada, et E peab olema paaritu.
   Et summa MA + TE + MAA + TI + KA oleks paaritu peab I olema paaritu, kuna A ja E on paaritud.
   Seega M, T ja K peavad olema paarisarvud.

Asendades nüüd T ja K paarisarvuliste väärtusetega ja E ja I paarituarvulistega nii, et moodustuks vähim võimalik arv, saame 21432114561.

Hindamine

Lahendus 1. Vaadeldud neljakohalisi arve ja jõutud järeldusele, et kas M ja T või siis A ja E on paarisarvulised: 2p

Vaadeldud kahekohalisi arve ja jõutud järeldusele, et M ja T peavad olema paarisarvud: 1p

Leitud antud paaritu summa põhjal, et I on paaritu ja K paaris: 1p

Asendatud tähed numbritega nii, et moodustub vähim arv: 1p

Antud ainult õige vastus: 2p

Lahendus 2. Näidatud, et M ei saa olla paaritu: 2p

Vaadeldud vähimat võimalikku arvu, kus M on vähim võimalik paarisarv ning A oleks vähim võimalik ehk 1: 1p

Leitud T ja E paarsused ja asendatud vähimate võimalikega: 1p

Leitud K ja I paarsused ja asendatud vähimate võimalikega: 1p

Antud ainult õige vastus: 2p