

MATEMAATIKAOLÜMPIAADI PIIRKONNAVOOR

6. klass

6. märts 2020

LAHENDUSED ja HINDAMISJUHISED

I osa

- 1) 0,4
- 2) 4
- 3) 5
- 4) 19
- 5) 7
- 6) 10
- 7) 90 m
- 8) 16
- 9) 6
- 10) 24 cm²

Iga õige vastus 2p.

Ülesannetes 7,10 ilma ühikuta või vale ühikuga vastuse eest anda 1p.

II osa

1. Vastus: Võimalusi on kolm:

- 1) 1 suur, 1 keskmine, 24 väikest
- 2) 1 suur, 2 keskmist, 14 väikest
- 3) 1 suur, 3 keskmist, 4 väikest.

Lahendus: Ostetud peab olema vähemalt igast suurusest üks pakk.

Kolme erineva paki kaalude summa on

$$15 \text{ kg} + 1,5 \text{ kg} + 0,15 \text{ kg} = 16,65 \text{ kg}.$$

Ülejäänud pakkide kaal peab kokku olema

$$20,1 \text{ kg} - 16,65 \text{ kg} = 3,45 \text{ kg}.$$

On selge, et rohkem pakke kaaluga 15 kg, ei saa nende seas olla.

Vaatame, kas kogukaalu 3,45 kg on võimalik saada kasutades vaid 1,5 kg pakke.

Et $3,45 \text{ kg} : 1,5 \text{ kg} = 2,3$, siis keskmise suurusega pakke saab kõige rohkem olla nende seas 2 ja vaid neid kasutades see ei ole võimalik.

Oletame, et nende seas ei ole keskmise suurusega pakke. Sel juhul $3,45 \text{ kg} : 0,15 \text{ kg} = 23$. Järelikult on võimalik, et kõik need pakid on kaaluga 0,15 kg.

Oletame, et nende seas oli 1 keskmise suurusega pakk.

Sel juhul peaks $3,45 \text{ kg} - 1,5 \text{ kg} = 1,95 \text{ kg}$ olema võimalik kokku saada kõige väiksemate pakkidega.

Et $1,95 \text{ kg} : 0,15 \text{ kg} = 13$, siis on vaja 13 kõige väiksemat pakki.

Oletame, et nende seas oli 2 keskmise suurusega pakki.

Sel juhul peaks $3,45 \text{ kg} - 2 \cdot 1,5 \text{ kg} = 0,45 \text{ kg}$ olema võimalik kokku saada kõige väiksemate pakkidega.

Et $0,45 \text{ kg} : 0,15 \text{ kg} = 3$, siis on vaja 3 kõige väiksemat pakki.

Oleme saanud, et lisades kokku on võimalusi on kolm:

- 4) 1 suur, 1 keskmine, 24 väikest
- 5) 1 suur, 2 keskmist, 14 väikest
- 6) 1 suur, 3 keskmist, 4 väikest.

Hindamine:

Leitud kui palju kaaluvad kokku suur, keskmine ja väike pakk: 1p

Leitud, et kui palju peavad ülejäänud pakid kokku kaaluma: 1p

Vaadeldud kolme võimalust, et mitu keskmist pakki saab olla ülejäänute seas: 3p (iga võimalus 1p)

Märkus. Kui ei ole vaadeldud kolme võimalust. Vaid leitud, et suurt pakki ei saa enam ülejäänute seas olla ja kõige rohkem saab nende seas olla 2 keskmist pakki, või tehtud väiksemate kohta mõni hindav tähelepanek, anda 1p.

Antud vastuseks vaid kõik 3 võimalust: 2p (kui on antud 2 õiget võimalust (1p))

2. Vastus: Ristküliku ABCD pindala on 99 cm^2 .

Lahendus: Pikendame ristküliku EFGH külgi ristküliku ABCD külgedeni.

Paneme tähele, et ABCD ümbermõõt on EFGH ümbermõödust suurem tugevama joonega märgitud lõikude pikkuste summa võrra.

Et noolega märgitud lõigud on kõik võrdsed, siis tugeva joonega märgitud lõikude pikkuste summa on võrdne noolega märgitud 8 lõigu pikkuste summaga.

Järelikult noolega märgitud lõigu pikkus on $16 \text{ cm} : 8 = 2 \text{ cm}$.

Ristküliku ABCD külgede pikkused on järelikult $5 \text{ cm} + 2 \cdot 2 \text{ cm} = 9 \text{ cm}$ ja $7 \text{ cm} + 2 \cdot 2 \text{ cm} = 11 \text{ cm}$.

Ristküliku ABCD pindala on $9 \text{ cm} \cdot 11 \text{ cm} = 99 \text{ cm}^2$.

Hindamine:

Tähelepanek, et suure ristküliku ümbermõõt on võrdne 8 noolega märgitud lõigu pikkusega: 1p

Leitud noolega märgitud lõigu pikkus: 1p

Leitud ristküliku ABCD külgede pikkused: 1p

Leitud ABCD pindala: 2p

Antud ainult õige vastus koos õige ühikuga: 2p

3. Vastus:

20	25	24	13
6	11	2	23
12	33	16	21
7	10	3	22

Lahendus: Täidame tühjad ruudud tähtedega joonisel näidatud viisil.

20	f	j	h
e	11	i	g
12	c	a	21
d	10	b	22

Et $a + b + 21 + 22 = a + b + 10 + c$, siis saame, et $c + 10 = 21 + 22$.

Seega $c = 33$.

Edasi saame leida arvu d : $62 - 12 - 10 - 33 = d$, millest $d = 7$.

Saame leida ka arvu e : $62 - 12 - 11 - 33 = e$, millest $e = 6$.

Samamoodi saame leida ka arvu f : $62 - 20 - 11 - 6 = f$, millest $f = 25$.

Edasi teame, et $i + a + g + 21 = 62$ ja teame, et $i + a + 11 + c = 62$ ehk $i + a + 11 + 33 = 62$. Neist saame, et $g + 21 = 11 + 33$. Nüüd saame, et $g = 23$.

Et $g + h + i + j = 62$ ja $i + j + 11 + f = 62$ ehk $i + j + 11 + 25 = 62$, siis $g + h = 11 + 25$. Kuna $g = 23$, siis $h = 13$.

Teame, et kõige väiksem arv ruustikus on arv 2. Kuna seda ei ole siiani veel kuski kasutusel olnud, siis peab see olema kas a , b , i või j .

Kui $b = 2$, siis $a = 17$, $i = 1$, mis aga ei ole võimalik.

Kui $a = 2$, siis $b = 17$, $i = 16$ ja $j = 10$, mis ei ole võimalik, sest arv 10 on juba ruudustikus.

Kui $i = 2$, siis $j = 24$, $a = 16$ ja $b = 3$.

Kui $j = 2$, siis $i = 24$, a ei tuleks naturaalarv.

Seega on vaid üks võimalus tabeli täitmiseks.

Hindamine:

Leitud ruudustikku arv 33: 1p

Leitud arvud 7, 6 ja 25: 1p

Leitud arvud 24 ja 13: 1p

Leitud arvud vasakult kolmandas veerus: 2p.

4. Vastus: Kalle sai 11 kommi.

Lahendus: Et kommidest pooled sai Pelle, viiendiku Volli ja seitsmendiku Sass, siis kommide arv pidi jaguma arvudega 2, 5 ja 7.

Ainus arv, mis on 100-st väiksem ja jagub nende kolme arvuga on 70.

Seega algul oli kotis 70 kommi. Neist $70 : 2 = 35$ sai Pelle, $70 : 5 = 14$ sai Volli ja $70 : 7 = 10$ sai Sass.

Seega Kalle sai $70 - 35 - 14 - 10 = 11$ kommi.

Hindamine: Tähelepanek, et peab jaguma arvudega 2, 5 ja 7: 1p

Leitu kommide koguarv: 1p

Leitud mitu kommi said Pelle, Volli ja Sass said: 1p

Leitud mitu kommi sai Kalle: 2p

Antud ainult õige vastus: 2p

5. Vastus: Murdjoone pikkus on 91 cm.

Lahendus 1: Kujundid koosnevad kolme liiki lõikudest – horisontaalsetest, vertikaalsetest ja diagonaalsetest. Neljas murdjoon koosneb neljast diagonaalsetest, kahest vertikaalsetest ja kolmest horisontaalsetest lõigust.

Esimene ja kolmas murdjoon erinevad ühe diagonaalse lõigu poolest.

Seega ühe diagonaalse lõigu pikkus on $61 \text{ cm} - 48 \text{ cm} = 13 \text{ cm}$.

Teisest murdjoonest saame, et kahe vertikaalse ja ühe horisontaalse lõigu pikkuste summa on $55 \text{ cm} - 2 \cdot 13 \text{ cm} = 29 \text{ cm}$.

Kolmandast murdjoonest saame, et ühe vertikaalse ja kahe horisontaalse lõigu pikkuste summa on $48 - 2 \cdot 13 \text{ cm} = 22 \text{ cm}$.

Kahest viimasest saadust saame, et kolme horisontaalse ja kolme vertikaalse lõigu pikkuste summa on $29 \text{ cm} + 22 \text{ cm} = 51 \text{ cm}$.

Seega ühe vertikaalse ja ühe horisontaalse pikkuste summa on $51 \text{ cm} : 3 = 17 \text{ cm}$.

Teisest kujundist saame nüüd on ühe vertikaalse lõigu pikkus on $29 \text{ cm} - 17 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$.

Järelikult horisontaalse lõigu pikkus on $17 \text{ cm} - 12 \text{ cm} = 5 \text{ cm}$.

Seega neljanda murdjoone pikkus on

$4 \cdot 13 \text{ cm} + 2 \cdot 12 \text{ cm} + 3 \cdot 5 \text{ cm} = 91 \text{ cm}$.

Lahendus 2.

Kujundid koosnevad kolme liiki lõikudest – horisontaalsetest, vertikaalsetest ja diagonaalsetest. Neljas murdjoon koosneb neljast diagonaalsetest, kahest vertikaalsetest ja kolmest horisontaalsetest lõigust.

Paneme tähele, et neljas murdjoon on teise ja kolmanda murdjoone pikkuse summast lühem ühe vertikaalse joone pikkuse võrra.

Esimene ja kolmas murdjoon erinevad ühe diagonaalse lõigu poolest.

Seega ühe diagonaalse lõigu pikkus on $61 \text{ cm} - 48 \text{ cm} = 13 \text{ cm}$.

Teisest murdjoonest saame, et kahe vertikaalse ja ühe horisontaalse lõigu pikkuste summa on $55 \text{ cm} - 2 \cdot 13 \text{ cm} = 29 \text{ cm}$.

Kolmandast murdjoonest saame, et ühe vertikaalse ja kahe horisontaalse lõigu pikkuste summa on $48 - 2 \cdot 13 \text{ cm} = 22 \text{ cm}$.

Kahest viimasest tulemusest saame, et kolme horisontaalse ja kolme vertikaalse lõigu pikkuste summa on $29 \text{ cm} + 22 \text{ cm} = 51 \text{ cm}$.

Seega ühe vertikaalse ja ühe horisontaalse pikkuste summa on $51 \text{ cm} : 3 = 17 \text{ cm}$.

Teisest kujundist saame nüüd on ühe vertikaalse lõigu pikkus on $29 \text{ cm} - 17 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$.

Seega neljanda murdjoone pikkus on $55 \text{ cm} + 48 \text{ cm} - 12 \text{ cm} = 91 \text{ cm}$.

Hindamine:

Leitud ühe diagonaalse lõigu pikkus: 1p

Leitud 2 horisontaalse ja 1 vertikaalse lõigu pikkuste summa ja 1 horisontaalse ja 2 vertikaalse lõigu pikkuste summa: 1p

Leitud horisontaalse ja vertikaalse lõigu pikkuste summa: 1p

Leitud ühe horisontaalse ja ühe vertikaalse lõigu pikkused: 1p

Leitud neljanda murdjoone pikkus: 1p

Antud ainult õige vastus: 2p