

MATEMAATIKAOLÜMPIAADI PIIRKONNAVOOR

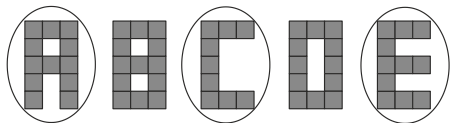
5. klass

6. märts 2020

LAHENDUSED ja HINDAMISJUHISED

I osa

- 1) 4100
- 2) 18
- 3) 359
- 4) 13025
- 5) 8
- 6)



- 7) 10 cm
- 8) 14 cm
- 9) 18
- 10) 22 cm²

Iga õige vastus 2p.

Ülesannetes 7, 8 ja 10 ilma ühikuta või vale ühikuga vastuse eest anda 1p.

Üi 6 kui on vaid kaks õiget või 2 õiget ja 1 vale – anda 1p.

II osa

1. Vastus: Neljanda murd joone pikkus on 31 cm.

Lahendus: Kujundid koosnevad kolme liiki lõikudest – horisontaalsetest, vertikaalsetest ja diagonaalsetest. Teine murdjoon koosneb viiest diagonaalsest lõigust ja seega ühe diagonaalse lõigu pikkus on $25 \text{ cm} : 5 = 5 \text{ cm}$.

Esimene murdjoon koosneb kolmest horisontaalsest ja kolmest diagonaalsest joonest.

Saame leida ühe horisontaalse joone pikkuse.

See on $(24 \text{ cm} - 3 \cdot 5 \text{ cm}) : 3 = 3 \text{ cm}$.

Kolmandas murdjoones on 2 horisontaalset, 2 vertikaalset ja 2 diagonaalset lõiku. Siit saame, et ühe vertikaalse lõigu pikkus on $(24 \text{ cm} - 2 \cdot 5 \text{ cm} - 2 \cdot 3 \text{ cm}) : 2 = 4 \text{ cm}$.

Neljas murdjoon koosneb kolmest vertikaalsest, kolmest horisontaalsest ja kahest diagonaalsest lõigust.

Selle pikkus on $3 \cdot 4 \text{ cm} + 3 \cdot 3 \text{ cm} + 2 \cdot 5 \text{ cm} = 31 \text{ cm}$.

Lahendus 2.

Paneme tähele, et neljas murdjoon erineb kolmandast ühe horisontaalse ja ühe vertikaalse lõigu poolest.

Teine murdjoon koosneb viiest diagonaalsest lõigust ja seega ühe diagonaalse lõigu pikkus on $25 \text{ cm} : 5 = 5 \text{ cm}$.

Seega kolmandast murdjoonest saame, et ühe horisontaalse ja ühe vertikaalse lõigu summa on $(24 \text{ cm} - 2 \cdot 5 \text{ cm}) : 2 = 7 \text{ cm}$.

Seega neljanda murdjoone pikkus on $24 \text{ cm} + 7 \text{ cm} = 31 \text{ cm}$.

Hindamine:

Lahendus1.

Leitud teisest kujundist diagonaalse lõigu pikkus: 1p

Leitud esimesest kujundist horisontaalse lõigu pikkus: 1p

Leitud kolmandast vertikaalse lõigu pikkus: 1p

Leitud neljanda murdjoone pikkus: 2p

Lahendus 2.

Leitud teisest kujundist diagonaalse lõigu pikkus: 1p

Võrreldus kolmandat ja neljandat murdjoont: 1p

Leitud horisontaalse ja vertikaalse lõigu pikkuste summa: 1p

Leitud neljanda murdjoone pikkus: 2p

Antud ainult õige vastus 2p.

2. Vastus: Aega kulus 2 tundi ja 30 minutit.

Lahendus: Et esimese veerandi sinna mineku teest läks ta mäest alla ja kogu tee pikkus oli 12 km, siis mäest alla läks ta $12 \text{ km} : 4 = 3 \text{ km}$. Mäest alla liikus ta kiirusega 6 km/h, siis järelikult sellele teosale kulus tal 30 min. Mäest üles läks ta $12 \text{ km} - 3 \text{ km} = 9 \text{ km}$ ja aega kulus tal selleks 3 tundi. Seega mäest üles liikus ta kiirusega 3 km/h.

Tagasi teel oli tal vaja minna mäest alla 9 km ja mäest üles 3 km. Mäest alla liikumisele kulus tal aega $9 \text{ km} : 6 \text{ km/h} = 1,5 \text{ tundi}$ ja mäest üles liikumisele 1 tund. Seega tagasi teeks kulus tal aega 2 tundi ja 30 minutit.

Hindamine:

Leitud Mati juurde minnes mäest alla liikumise tee pikkus: 1p

Leitud mäest üles mindud tee pikkus ja selle põhjal leitud kiirus, millega Kalle liigub alati mäest üles: 1p

Tähelepanek (kas toodud eraldi välja või kasutaud õigesti arvutuses), et tagasiteel oli tal vaja mäest alla liikuda 9 km ja mäest üles 3 km. 1p

Leitud tagasi teele kulunud aeg: 2p

Antud ainult õige vastus: 2p

3. Vastus:

8	6	3
2	5	12
10	7	4

Lahendus: Kui ülemises reas olevate arvude summa oleks 19, siis ülemise rea keskmises ruudus oleks $19 - 11 = 8$. See ei sobi, sest arv 8 on juba ruudustikus.

Seega ülemises reas olevate arvude summa on 17 ning keskmine arv selles reas on $17 - 11 = 6$.

Järelikult keskmises reas olevate arvude summa on 19. Kahe sealt puudu oleva arvu summa on $19 - 5 = 14$.

Kuna ülemise rea keskmine arv on 6, siis keskmises veerus olevate arvude summa on $6 + 5 + 7 = 18$. Järelikult vasakpoolse veeru arvude summa on 20. Sellest veerust kahe puuduva arvu summa on $20 - 8 = 12$.

Kõik arvud ruudustikus peavad olema suuremad arvust 1.

Vaatame vasakpoolse veeru keskmises ruudus ehk keskmise rea vasakpoolsemas ruudus olevat arvu.

Kui seal ruudus oleks arv 2, siis vasakpoolsema veeru alumises ruudus oleks 10 ja keskmise rea parempoolsemas ruudus oleks 12. Sel juhul oleks ruudustikus kõik arvud erinevad.

Arvud 3, 4, 5, 6, 7, 8 ei saa vaadeldavas ruudus olla, sest need on juba ruudustikus olemas. Kui seal oleks 9, siis veeru alumises ruudus peaks olema 3, mis ei sobi. Kui seal oleks 10, siis keskmise rea parempoolses ruudus peaks olema arv 4. Arvust 10 suuremad arvud ei saa olla, sest muidu tuleks selle veeru alumisse ruutu arvust üks mitted suurem arv.

Hindamine:

Näidatud, et ülemise rea arvude summa ei saa olla 19: 1p

Leitud ülemise rea keskmine arv: 1p

Näidatud, et vasakpoolse veeru keskmises ruudus saab olla vaid arv 2: 1p

Ruudustik täidetud sobivate arvudega: 2p

Antud ainult õige vastus: 2p

4. Vastus: sõnale ÖNNELINN vastav vähim arv 12253822

Lahendus: Et ÖNNELINN on kaheksakohaline, LINN ja NELI neljakohalised, siis Ö, L ja N ei saa olla 0.

Arv jagub arvuga 3, kui selle arvu numbrite summa jagub arvuga 3.

Et arv tuleks võimalikult väike peab Ö = 1 ja N = 2.

Saame kirjutada Ö + N + N + E + L + I = Ö + E + L + I + N + N.

Et ÖNNELI jagub arvuga 3 ja ka LINN jagub arvuga 3, siis saame et ka Ö + E peab jaguma arvuga 3.

Kui Ö on 1 ja N on 2, siis E vähim võimalik väärtus on 5.

Oleme Saanud ÖNNELINN = 1225LI22.

Et LINN jagus arvuga 3, siis L + I + 2 + 2 peab jaguma arvuga 3. Et L vähim võimalik väärtus saab olla 3, siis I peab olema 8.

Antud ainult õige vastus: 2p

Hindamine:

Saadud, et Ö = 1 ja L = 2: 1p

Tehtud järeldus, et Ö + E peab jaguma arvuga 3 ja leitud E väärtus: 2p

Leitud L ja I vähimad võimalikud väärtused: 2p

Kui vastus E, L ja I väärtused on leitud proovimiste teel, siis peaks olema näha et on proovitud E-le väiksemaid väärtusi ja need ei ole sobinud ning et ka L ja I väiksemad väärtused ei sobi.

Antud ainult õige vastus: 2p

5. Vastus: Pikema külje pikkus on 90 cm.

Lahendus: Et valgete ristkülikute pindalade summa on võrdne hallide ristkülikute pindalade summaga, siis ühe valge ristküliku pindala on võrdne kahe halli ristküliku pindalaga. Et hallil ristkülikul ja valgel ristkülikul on üks külj ühine, siis valge ristküliku saab jaotada kaheks halliks ristkülikuks. Seega näeme, et halli ristküliku pikem külj on võrdne kolme lühema külje pikkusega. Kuna suure ristküliku külj on võrdne halli ristküliku pikema ja lühema külje pikkuste summaga, siis on see võrdne halli ristküliku lühema külje neljakordsega. Seega halli ristküliku lühema külje pikkus on $60 \text{ cm} : 4 = 15 \text{ cm}$. Halli ristküliku pikem külj on pikkusega 45 cm. Suure ristküliku pikem külj on võrdne halli ristküliku pikema külje kahekordsega. Seega selle pikkus on $2 \cdot 45 \text{ cm} = 90 \text{ cm}$

Hindamine:

Leitud, et üks valge ristküliku saab jaotada kaheks halliks ristkülikuks: 1p

Leitud, et halli ristküliku pikem külj on kolm korda pikem lühemast küljest: 1p

Leitud, et suure ristküliku lühem külj on võrdne halli ristküliku pikema ja lühema külje pikkuste summaga: 1p

Leitud suure ristküliku pikema külje pikkus: 2p

Antud ainult õige vastus: 2p