MATEMAATIKAOLÜMPIAADI PIIRKONNAVOOR
6. klass
10. märts 2018

LAHENDUSED ja HINDAMISJUHISED

I osa

1) 2 0 1 8 **=** 1 **9** 2 6 **+** 4 **5** 2

2) 18

3) 3, 5 ja 6

4) 23

5) 7

6) 32

7) 18 cm^2

8) 24cm

9) 120

10) 210

Iga õige vastus 2p.
Ülesannetes 7 ja 8 ilma ühikuta või vale ühikuga anda vastavalt vastuste 18 ja 24 eest 1p.

II osa

1.
Vastus: Lühima nöörijupi pikkus on 1,5 m.

Lahendus 1. Et kõige pikema nöörijupi pikkus on meetri võrra suurem kui lühima ja keskmise pikkuste summa, siis kolme nöörijupi pikkuste summast ühe meetri võrra väiksem on võrdne kahekordase väikseima ja keskmise nöörijupi pikkuste summaga. Seega lühima ja keskmise pikkuste summa on (19 – 1) : 2 = 9 meetrit.
Et üks neist oli teisest 5 korda pikem, siis lühim osa moodustab sellest 9 m ühe kuuendiku, ehk 9 : 6 = 1,5 meetrit.

Lahendus 2. Leitud vastus proovimiste teel, näiteks et kui lühim on pikkusega 1 m, siis keskmine oleks 5 m ja pikim oleks 6 m + 1 m = 7 m. Sel juhul aga ei tule kõigi pikkuste summaks 19 m.
Kui lühima pikkus oleks 2 m. Siis keskmise pikkusega nöör oleks 10 m ja pikim oleks 12 m + + 1 m = 13 m.
Seda on jällegi palju.
Seega on lühim nöörijupp pikem kui 1 m ja väiksem kui 2m.

Lahendus 3. Olgu x lühima külje pikkus, siis keskmise pikkusega on 5x ja kõige pikem on x + 5x + 1.
Seega x + 5x + x + 5x + 1 = 19, millest saame, et 12x + 1 = 19.
Millest saame, et 12x = 18 ja millest x = 1,5.

Hindamine:
Lahendus 1. Pandud tähele, et lühima ja keskmise pikkuste summa kahekordne on 18 m ja leitud nende pikkuste summa: 2p
Lühima ja keskmise pikkuste summast leitud lühima pikkus: 3p
Lahendus 2.
Leitud, et lühima pikkus peab olema 1 m suurem: 2p
Leitud, et lühima pikkus peab olema 2 m väiksem: 1p
Näidatud, et 1,5 m sobib: 2p
Lahendus 3.
Võetud kasutusele tähistus ja kirjutatud selle abil nöörijuppide pikkused: 2p
Kirja pandud võrdus: 1p
Võrdusest leitud lühima nöörijupi pikkus: 2p.

Antud ainult õige vastus: 2p

2.

Vastus: Lõigu AD pikkus võib olla 4,3 cm, 0,9 cm, 1,9 cm ja 1,5 cm.

Lahendus:

Olgu meil lõigu vasakpoolne otspunkt A ja parempoolne B. Sel juhul punkti C asukoha valikuks on meil kaks võimalust. Punktide järjestus vasakult paremale oleks ABC või CAB.

Järjestuse ABC korral on punkti D asukoha valikuks kaks võimalust. Punktide järjestus vasakult paremale oleks ADBC või ABCD.

Järjestuse CAB korral on punkti D asukoha valikuks ka kaks võimalust. Punktide järjestus vasakult paremale oleks DCAB või CABD.

Seega kokku on neli erinevat võimalust punktide järjestuseks ning lõigu AD pikkused on neil juhtudel 4,3 cm, 0,9 cm, 1,9 cm ja 1,5 cm.

Hindamine:

Leitud neli võimalikku pikkust: 5p

Leitud kolm võimalikku pikkust: 4p

Leitud kaks võimalikku pikkust: 3p

Leitud üks võimalik pikkus: 1p

3.

Vastus: Kevadjooksul osales 11 kooli võistkonnad.

Lahendus: Et Aada saavutas keskmise koha, siis jooksust osavõtjate arv pidi olema paaritu ja ka Aada kohanumber oli paaritu. Et Bella 19. koht oli rohkem kui pooled ja et Klara sai 28. koha, siis jooksjaid pidi olema vähemalt 29, aga ei saanud olla rohkem kui 17 + 17 + 1 = 35. Jooksjate arv peab olema paaritu ja jaguma arvuga 3. Kui oleks olnud 33 jooksjat, siis kohtadest keskmine oleks olnud 17. Kui oleks olnud 39 jooksjat, siis keskmine tulemus oleks olnud 20. koht, mis ei sobi. Seega osales jooksul 33 osavõtjat, mis tähendab, et võistlemas olid 11 kooli võistkonnad.

Hindamine:

Antud ainult õige vastus: 2p

Leitud, et jooksjaid pidi olema vähemalt 29: 1p

Leitud, et jooksjaid pidi olema vähem kui 36: 1p

Tähelepanek, et jooksjate arv peab olema arvuga 3 jaguv paaritu arv: 1p

Leitud jooksjate õige arv: 2p

4.

Vastus: a) õiged on laused, et A pindala on suurem kui 20 cm^2, B lühem külg on 3 cm ja et C lähiskülgede summa on 15.

e) Ristküliku C pindala on 54 cm^2.

Lahendus: Paneme tähele, et ruudul A ja ristkülikul B on üks ühine külg, mis on võrdne ristküliku C ühe küljega.

Oletame, et A öeldust on õige, et ümbermõõt on 20. Sel juhul oleks A küljepikkuseks 20 cm : 4 = 5 cm. ning selle ruudu pindala oleks 25 cm^2. Seega osutuks ka õigeks, et selle pindala on suurem kui 20 cm^2.

Järelikult ruudu A külg peab olema suurem kui 5.

Et B öeldust üks lause peab olema õige, siis kuna tal on üks külg A-ga ühine, siis tema üks külg on kindlasti suurem kui 5 cm ja järelikult ei saa õige olla, et selle pikem külg on 5 cm. Järelikult on õige et B lühim külg on 3 cm.

Kuna pikem külg ei saa olla 5, siis on võimalus, et see on 6, 7, 8 ,… .

Kui vaadata ristkülikut C, siis selle pikimaks küljeks on ruudu A külje ja ristküliku B lühima külje pikkuste summa ning ristküliku C lühemaks küljeks on ruudu A külg. Seega on selle ristküliku külgede erinevus võrdne ristküliku B lühema küljega. Seega on see 3 cm ja järelikult C öeldud lausetest on õige see, et lähisküljede pikkuste summa on 15.

Seega C teine külg on (15 – 3): 2=6 cm.

Ristküliku C pindala on 6 cm · 9 cm = 54 cm^2.

Hindamine:

Näidatud, millised laused saavad õiged olla: 1p

Näidatud, et teised variandid ei sobi: 2p

Leitud ristküliku C mõõtmed: 1p

Leitud ristküliku C pindala: 1p

Antud ainult õige vastus: a) 1p b) 1p

5.

Vastus: Need kolm järjestikust arvu on 6728, 6729 ja 6730.

Lahendus 1. Kui jagada arvu kolmega, siis peaksime saama kolmest arvust keskmise.

Kui liita kolm järjestikust arvu, siis nende summa on keskmisest arvust kolm korda suurem. Seega kolme arvu summa peab jaguma arvuga 3.

Arv jagub kolmega kui selle numbrite summa jagub arvuga 3.
Seega viimaseks numbriks saaks olla 4 või 7.
Kui viimane number oleks 4.
Et 20184 : 3 = 6728 ja need kolm järjestikust arvu oleksid 6727, 6728 ja 6729. Sel juhul aga ei oleks kõik need kolm arvu erinevate numbritega.
Et 20187 : 3 = 6729 ja need kolm järjestikust arvu oleksid 6728, 6729 ja 6730.

Lahendus 2.

Viimase numbri jaoks on kümme erinevat võimalust, et aga saadud viiekohalise arvu kõik numbrid pidid olema erinevad, siis on neli võimalust vähem, sest viimane number ei saa olla 0, 1, 2 ega 8.
Seega tuleb kontrollida, milline arv/arvud saavad olla kolme järjestikuse arvu summaks 20183, 20184, 20185, 20186, 20187 ja 20189.
Näidatud, et arve 20184 ja 20187 saab nii esitada, aga et 20184 korral ei oleks need kolm järjestikust arvu kõik erinevate numbritega vaid oleksid 6727, 6728 ja 6729.

Hindamine:

Lahendus 1:

Öeldud, et nende summa peab jaguma arvuga 3: 2p
Leitud, et viimane number saaks olla 4 või 7: 1p
Näidatud, et 4 ei saa olla: 1p
Leitud sellest, et summaks oli arv 20187, need kolm järjestikust arvu: 1p

Lahendus 2.

Leitud proovimiste teel ja on läbivaadatud kõik võimalused viimaseks numbriks : 4p
Leitud proovimiste teel, aga mõni variant läbivaatamata: 3p
Näidatud et arvu 20184 saab esitada kolme järjestikuse naturaalarvu summana, aga et siis ei oleks igas arvus kõik numbrid erinevad: 1p

Antud ainult õige vastus: 2p