

Matemaatika riigieksamid 2017 ja 2018

Deivi Taal, Maksim Ivanov

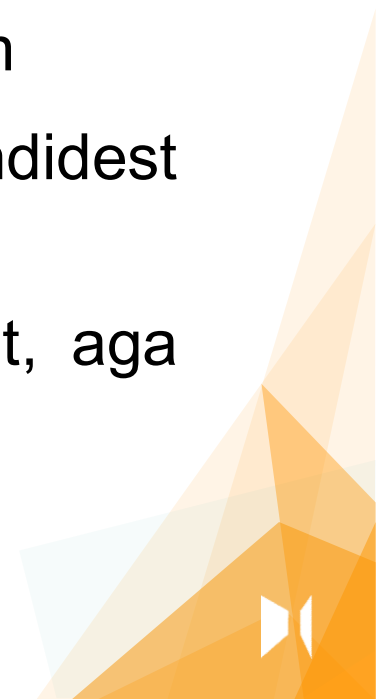
Matemaatikaõpetajate infopäevad jaanuaris 2018

Eksamivalikud

Õpitud kursus	Eksaminande arv		Valitud eksam	Eksaminandide arv	
	2016	2017		2016	2017
Kitsas	2537 (31,5%)	2196 (28,5%)	Kitsas	2425 (95,6%)	2093 (95,3%)
			Lai	112 (4,4%)	103 (4,7%)
Lai	5138 (63,9%)	5142 (66,8%)	Lai	4259 (82,9%)	3907 (76,0%)
			Kitsas	879 (17,1%)	1235 (24,0%)
Märkimata	369 (4,6%)	362 (4,7%)	Kitsas	136 (36,9%)	212 (58,6%)
			Lai	233 (63,1%)	150 (41,4%)
	8044	7700			



- eksaminandide arv väheneb
- kitsast matemaatikakursust õpitakse vähem
- eksamivalikud on muutunud adekvaatsemaks
- laia matemaatikakursuse eksamit valitakse enam
(2016. a ca 57%; 2017. a ca 54% eksaminandidest valis laia matemaatikakursuse eksami)
- tõusev trend - õppisin laia matemaatikakursust, aga valisin kitsa matemaatikakursuse eksami



Uued ja vanad mured

Nii kitsa kui laia matemaatikakursuse eksamil tehtud vigadest saab ülesannetepõhise ülevaate 2017. a matemaatika riigieksamite analüüsist, mille leiab SA Innove kodulehelt:

http://haridusinfo.innove.ee/UserFiles/Riigieksamid/2017/Matemaatika/2017_matemaatika%20riigieksami%20I%C3%BChianal%C3%BC%C3%BCs.pdf



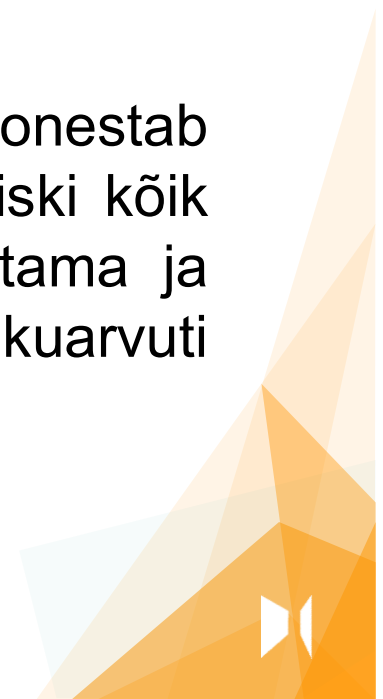
Märksõnad ja tähelepanekud

- väga paljud kitsa matemaatikakursuse eksaminandid ei oska lahendada või jätavad lihtsalt lahendamata trigonomeetria- ja stereomeetriaülesanded
- laia matemaatikakursuse eksaminandidele on kõige keerulisem stereomeetriaülesande lahendusidee leidmine
- joonised
- selgitused
- kustutatavad kirjutusvahendid
- mobiiliäpid, mis lahendavad suurepäraselt peaaegu kõiki ülesandeid
- taskuarvutid



Eksaminandil tuleks lähtuda järgmisest:

- 1) eksamitöö hindab **eksaminandi**, mitte taskuarvuti oskusi;
- 2) taskuarvuti on eksaminandile **abivahendiks**, st arvutustehete sooritamiseks;
- 3) kui taskuarvuti "oskab" lahendada võrrandeid, joonestab graafikuid vms, siis eksaminand peab lahendustes siiski kõik vajalikud arvutustehted, joonised ja/või valemid kirjutama ja neid ka vajadusel sõnaliselt selgitama, st ainult (taskuarvuti abil leitud) vastused eksaminandile punkte ei anna.



Hindamine_vol 1

- Kes on matemaatika RE hindaja?
- Mis on hindamine?
- Hr Pizzolante juhtum



Kas 1 või 10 või ...?

„Selline viga sai võimalikuks matemaatika riigieksami hindamisel!” imestas eksaminand

<http://epl.delfi.ee/news/eesti/matemaatika-riigieksami-hindajad-panid-13-punktiga-mooda?id=80032494>

05.11.2017, 20:56 **EestiPäevaleht**

Matemaatika riigieksami hindajad panid 13 punktiga mööda



Ülesanne

Kasvava aritmeetilise jada kolmanda ja seitsmenda liikme summa on 350 ning viienda ja neljanda liikme vahe on 35.

1. Arvutage selle jada üheksas liige ja esimese üheksa liikme summa.

2. Üks selle jada liige a_n moodustab täpselt 10% esimese n liikme summast. Mitmes jada liige on a_n ?



Lahendus 1.

$$1. \begin{cases} a_3 + a_7 = 350 \\ a_5 - a_4 = 35 \end{cases} \Rightarrow a_1 = 35; d = 35.$$

$$a_9 = a_1 + 8d = 35 + 280 = 315.$$

$$S_9 = \frac{2a_1 + 8d}{2} \cdot 9 = \frac{70 + 2}{2} \cdot 9 = 1575.$$

$$2. a_n = 0,1 \cdot S_n$$

$$a_1 + (n-1)d = 0,1 \cdot \left(\frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n \right)$$

$$35 + 35(n-1) = 0,1 \cdot \left(\frac{70 + 3(n-1)}{2} \cdot n \right)$$

$$35n^2 - 665n = 0 \Rightarrow n = 19 \text{ (väärtus 0 ei sobi)}$$

Vastus. a_n on selle jada 19. liige.

hindamisskeem (üldine)

1.

süsteemi koostamine ja lahendamine: 3p

a_9 leidmine: 1p

S_9 leidmine: 1p

2.

võrrandi koostamine: 2p

võrrandi lahendamine ja vastus: 3p



Lahendus 2.

$$1. \begin{cases} a_3 + a_7 = 350 \\ a_5 - a_4 = 35 \end{cases} \Rightarrow a_1 = 35; d = 35 \Rightarrow a_n = 35n.$$

$$a_9 = 35 \cdot 9 = 315.$$

$$S_9 = \sum_{n=1}^9 35n = 35 \sum_{n=1}^9 n = 35 \cdot 45 = 1575.$$

NB! Valem $\sum_{n=1}^k n = \frac{k(k+1)}{2}$

$$2. a_n = 0,1 \cdot S_n \text{ ehk } 35n = 0,1 \cdot 35 \sum_{k=1}^n k$$

$$35n = 3,5 \cdot \frac{n(n+1)}{2} \text{ ehk } 10n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$20n = n(n+1) \Rightarrow n = 19 \text{ (väärtus 0 ei sobi)}$$

Vastus. a_n on selle jada 19. liige.



Kaks hindajate märkust

Esimeses osas:

jagades 10-ga

• alguses $a_3 + a_7 = a_{10} = 350 \Rightarrow a_1 = 35$:
kokku 0 p

- ilma selgitusteta $a_1 = 35$: kokku 0 p

Artikkel

- „Vaadeldes avastasin, et hindaja oli mulle punkte valesti arvestanud, kusjuures õigesti lahendatud kümnepunktilise ülesande eest anti ainult üks punkt!” märkis eksaminand.
- Vaidekomisjoni otsus 1 p $\rightarrow$ 8 p
 - Kas see on täislahendus?
 - Mitu punkti on see lahendus Teie arvates väärt?
 - Kas ja kes tegi hindamisel vea?



Eksaminandi 1. osa lahendus

$$a_3 + a_7 = 350$$

$$a_5 - a_4 = 35 \Rightarrow a_{n+1} = a_n + 35$$

$$a_7 = a_3 + 35 \cdot 4 = a_3 + 140 \Rightarrow 2 \cdot a_3 + 140 = 350 \Rightarrow a_3 = 105 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_1 = 35 \Rightarrow a_n = 35 \cdot n \Rightarrow$$

$$a_9 = 315 ; \sum_{n=1}^9 35n = 35 \cdot \sum_{n=1}^9 n = 35 \cdot 45 = 1575$$

Vastus₁: Jada üheksas liige on 315 ja esimese üheksa liikme summa on 1575



Lahenduse puudujäägid

$$a_3 + a_7 = 350$$

$$a_5 - a_4 = 35 \Rightarrow a_{n+1} = a_n + 35$$

$$a_7 = a_3 + 35 \cdot 4 = a_3 + 140 \Rightarrow 2 \cdot a_3 + 140 = 350 \Rightarrow a_3 = 105 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_1 = 35 \Rightarrow a_n = 35 \cdot n \Rightarrow \text{kuidas saadud?}$$

$$a_9 = 315 ; \sum_{n=1}^9 35n = 35 \cdot \sum_{n=1}^9 n = 35 \cdot 45 = 1575$$

Vastus₁: Jada üheksas liige on 315 ja esimese üheksa liikme summa on 1575



Eksaminandi 2. osa lahendus

$$35 \sum_{n=1}^x n = 350x \Rightarrow \sum_{n=1}^x n = 10x \Rightarrow x = 19$$

$$a_{19} = 665 \quad ; \quad \sum_{n=1}^{19} 35n = 6650$$

Vastus₂ : $a_n \in n$ 19. jada liige, s.t. $a_{19} = 665$



Lahenduse puudujäägid

$$35 \sum_{n=1}^x n = 350x \Rightarrow \sum_{n=1}^x n = 10x \Rightarrow x = 19$$

kas õige? selgitused?

$$a_{19} = 665 ; \sum_{n=1}^{19} 35n = 6650$$

Vastus₂ : $a_n \in n$ 19. jada liige, s.t. $a_{19} = 665$



Küsimused

- Kas see on täislahendus?
- Mitu punkti on see lahendus Teie arvates väärt?
- Kas ja kes tegi hindamisel vea?



Teised punktimuutused

Ülesanne 5. (10 punkti)

2. Kas võrrandil $2\log_3(x+2) = 2 + \log_3 4$ on lahendeid, mis kuuluvad alaülesandes 1 antud võrratuse lahendite piirkonda? Põhjendage oma vastust.

$$2. \quad 2\log_3(x+2) = 2 + \log_3 4 \Rightarrow \log_3((x+2)^2) = \log_3 9 + \log_3 4 = \log_3 36$$

$$(x+2)^2 = 36 \Rightarrow x+2 = \pm 6 \Rightarrow x \in \{4; -8\}$$

$$\log_3(x+2) \exists \forall (x+2) > 0 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow \cancel{4} \notin (-2; 4]$$

Vastus: Lahend $x=4$ kuulub alaülesandes 1 antud võrratuse lahendite piirkonda $(-2; 4]$



Teised punktimuutused

HJ: Ruutvõrrandi õige lahendamine
(sh on öeldud, et $x = -8$ on võõrlahend): 2 p

Otsus: 8p $\rightarrow$ 10p

Ülesande 1-5 arvelt tõstetakse tulemust 2 punkti võrra, kuna määramispiirkonna järgi põhjendus on olemas.

Näide:

$$\begin{aligned} 2 \log_3(x+2) &< 2 + \log_3 4 \\ \log_3(x+2)^2 &< \log_3 36 \\ \begin{cases} (x+2)^2 < 36 \\ x+2 > 0 \end{cases} \\ \begin{cases} -8 < x < 4 \\ x > -2 \end{cases} \\ x &\in (-2; 4) \end{aligned}$$

Ülesanne 5. (10 punkti)

2. Kas võrrandil $2 \log_3(x+2) = 2 + \log_3 4$ on lahendeid, mis kuuluvad alatesandes 1 antud võrratuse lahendite piirkonda? Põhjendage oma vastust.

2.

$$2 \log_3(x+2) = 2 + \log_3 4 \Rightarrow \log_3((x+2)^2) = \log_3 9 + \log_3 4 = \log_3 36$$
$$(x+2)^2 = 36 \Rightarrow x+2 = \pm 6 \Rightarrow x \in \{4; -8\}$$

kas piisab?

$$\log_3(x+2) \geq \forall (x+2) > 0 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow \cancel{4} \in (-2; 4]$$

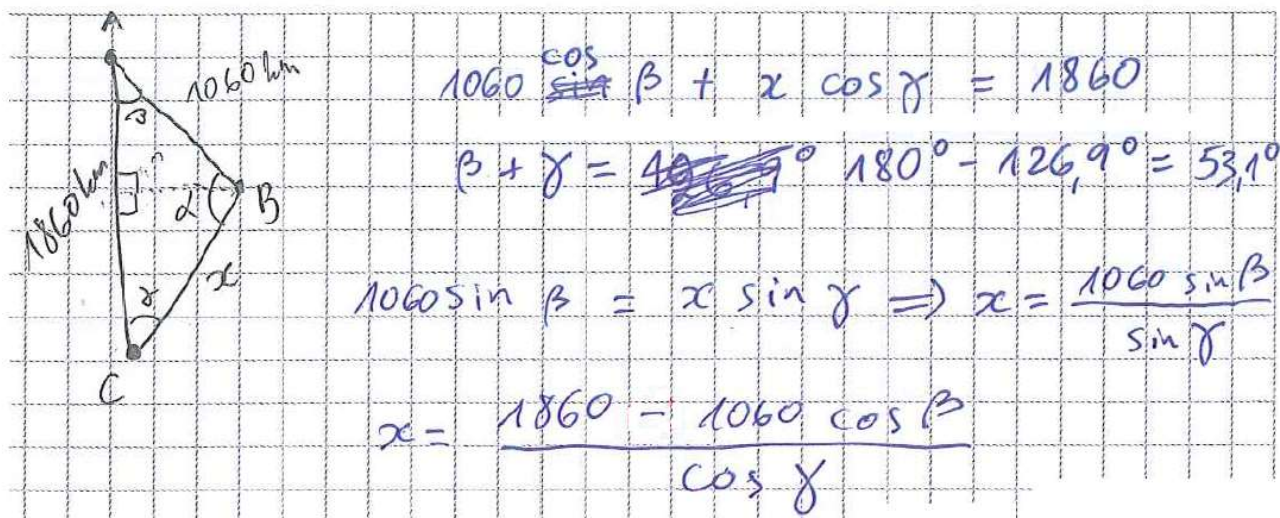
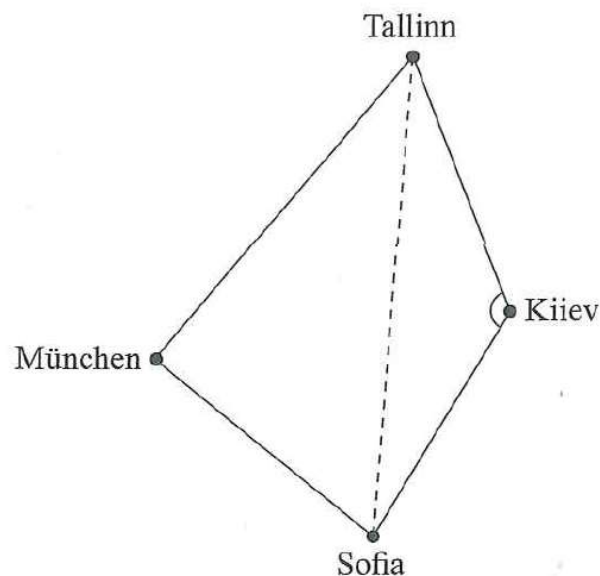
Vastus: Lahend $x=4$ kuulub alatesandes 1 antud võrratuse lahendite piirkonda $(-2; 4]$



Ülesanne 7. (10 punkti)

Ärimees peab lendama Tallinnast Sofiasse, mis asub Tallinnast 1860 km kaugusel. Otselende Tallinnast Sofiasse sel kuupäeval ei toimu ja ärimehel tuleb lennata ühe ümberistumisega kas Münchenis või Kiievis.

1. On teada, et Tallinna ja Kiievi vahemaa on 1060 km ning nurk Kiievi-Tallinna ja Kiievi-Sofia lennuliinide vahel on $126,9^\circ$ (vt joonist). Arvutage Kiievi ja Sofia vahemaa (vastus andke täpsusega 10 km).



HJ: Siinusteoreemi teadmine ja selle rakendamine: 2 p

Otsus: 0p → 2p

Ülesande 1-7 arvelt tõstetakse tulemust 2 punkti võrra, siinusteoreemi teadmise eest lisandub 1 punkt ja lahendusidee eest samuti 1 punkt.

Idee (3 võrrandit / 3 tundmatut):

$$\frac{1060 \sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{1860 - 1060 \cos \beta}{\cos \gamma}$$

$$\frac{1060 \sin \beta}{\sin \gamma} + \frac{1060 \cos \beta}{\cos \gamma} = \frac{1860}{\cos \gamma}$$

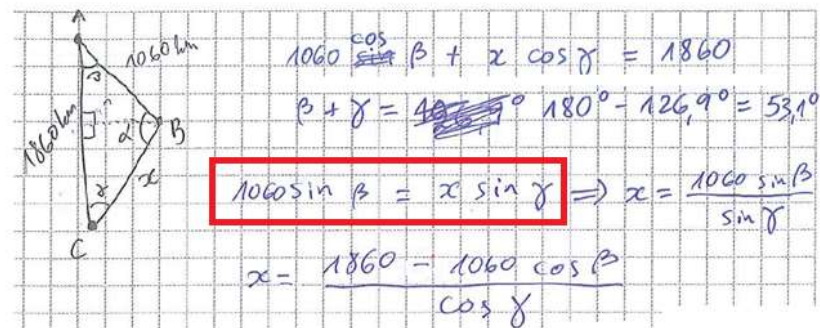
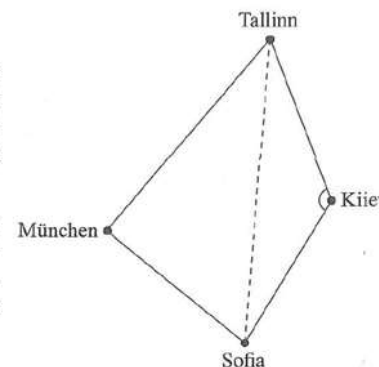
$$\cos \gamma \left(\frac{\sin \beta}{\sin \gamma} + \frac{\cos \beta}{\cos \gamma} \right) = \frac{1860}{1060}$$

$$\cos \gamma \left(\frac{\sin(\beta + \gamma)}{\sin \gamma \cos \gamma} \right) = \frac{1860}{1060}$$

Ülesanne 7. (10 punkti)

Ärimees peab lendama Tallinnast Sofiasse, mis asub Tallinnast 1860 km kaugusel. Otselende Tallinnast Sofiasse sel kuupäeval ei toimu ja ärimehel tuleb lennata ühe ümberistumisega kas Münchenis või Kiievis.

1. On teada, et Tallinna ja Kiievi vahemaa on 1060 km ning nurk Kiievi-Tallinna ja Kiievi-Sofia lennuliinide vahel on $126,9^\circ$ (vt joonist). Arvutage Kiievi ja Sofia vahemaa (vastus andke täpsusga 10 km).



$$\frac{\sin(\beta + \gamma)}{\sin \gamma} = \frac{1860}{1060}$$

$$\frac{\sin(53,1^\circ)}{\sin \gamma} = \frac{1860}{1060}$$

$$\gamma \approx 27,1^\circ$$

Ülesanne 5. (10 punkti)

Koonust on lõigatud koonuse tippu läbiva tasandiga, mis moodustab koonuse põhjaga nurga 45° ja eraldab põhja ringjoonest 60° kaare. Koonuse põhja pindala on $48\pi \text{ cm}^2$.

1. Tehke ülesande teksti illustreeriv joonis.
2. Arvutage lõike pindala täpne väärtus.

$S_{\text{põhi}} = 48\pi \text{ cm}^2 = \pi r^2 \Rightarrow r = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

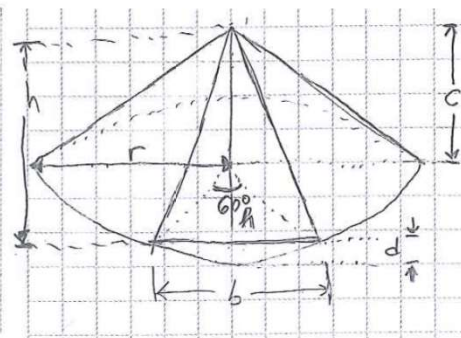
$d = r - r \cos 30^\circ = 4\sqrt{3} - 4\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} - 6$

$b = 2 \cdot r \cdot \sin 30^\circ = r = 4\sqrt{3}$

$r - d = h \cdot \sin 45^\circ \Rightarrow h = \frac{r - d}{\sin 45^\circ} = \frac{6}{\sin 45^\circ} = 6\sqrt{2}$

$S_{\text{lõige}} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{4\sqrt{3} \cdot 6\sqrt{2}}{2} = 12\sqrt{6}$

Vastus: lõike pindala on $12\sqrt{6} \text{ cm}^2$.



c = koonuse kõrgus
 h = lõike kõrgus
 b = lõike alus
 r = koonuse põhja raadius
 d = tasandi ja koonuse põhja lõike
 kooha kaugus lähimast põhja ümbermõõtule
 tangentsaalse ja lõikega paralleelsest
 joonest

Küsimused

- Kas parandaja peab selgitused juurde mõtlema?
- Millist järeldust võib lugeda triviaalseks, millist mitte?
- Kas ja kes tegi hindamisel vea?



Kas 1 või 10 või ...?

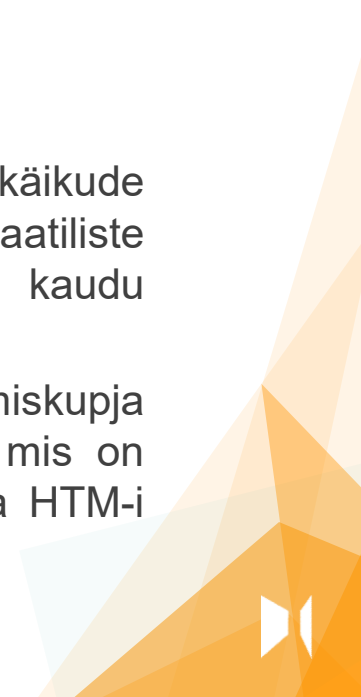
„Olukorras, kus noore inimese tulevik võib suuresti sõltuda SA Innove tegevusest, on selline praak lubamatu,” rõhutas eksaminand.

Kas me õpetame pähetuupimist?

Anzori Barkalaja, Tartu ülikooli haridusuuenduskeskuse juhataja

Kummastav on „kindlast hindamisjuhendist” väljas olevate lahenduskäikude hindamine valeks nende erinevuse tõttu. Siin on varjul eeldus, et matemaatiliste ülesannete lahenduskäigud on pigem pähetuubitavad kui mõistmise kaudu leitavad ...

Samuti on ohtlik, et haridusruumis on mõjukas jõustruktuur (ja hindamiskupja positsioon seda kahtlemata on), kes esitab normina sellist hindamist, mis on põhimõttelises vastuolus kõigi nüüdisaegse õpikäsituse eesmärkidega ja HTM-i esitatud nõudmistega õpetajahariduse arengule.



Hindamine_vol 2

- Kes vastutab?
- Kuidas saada hindajaks?



Uueks eksamiks valmistumine

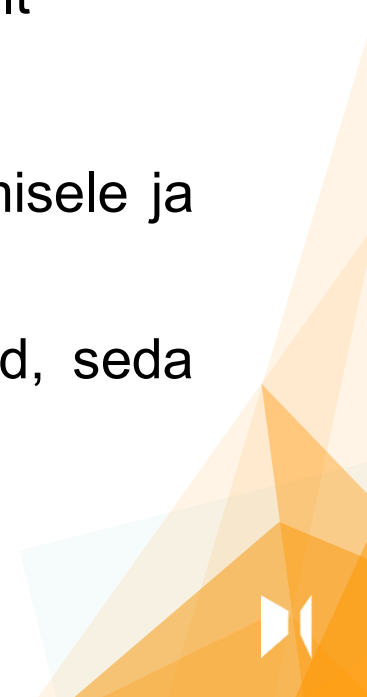
2018. aasta matemaatika riigieksamitele registreerumine on juba alanud ja kestab **20. jaanuarini**.

Põhieksamid toimuvad **25. mail** ja lisaexamid **4. juunil**.



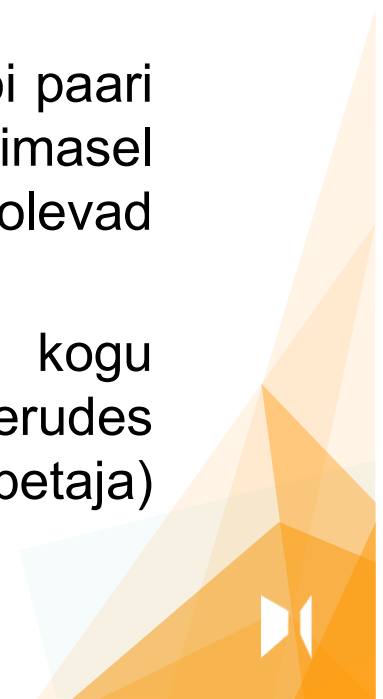
Õpetajale

- õpetamisel lähtuda õppekava nõudmistest
- pöörata suuremat tähelepanu sisuliste teadmiste omandamisele; õpetatakse liiga palju ja liiga keeruliselt
- esitage õpilastele adekvaatseid nõudmisi
- rohkem tähelepanu õpilaste arvutuoskuse parandamisele ja saadud tulemuste kriitilisele hindamisele
- mida enesekindlamad ja adekvaatsemad on õpilased, seda paremad on nende tulemused



Eksaminandile

- mida rohkem erinevaid ülesandeid lahendada, seda suurem vilumus ja tõenäosus, et eksamiülesanded tulevad n-ö tuttavad ette; lahendada rohkem mittestandardseid ülesandeid, sealhulgas rakenduslikke ülesandeid, millel ei ole väljakujunenud lahendusalgorithmi
- matemaatika REks ei ole võimalik õppida ühe nädala või paari päevaga! Kui alustada eksamiks ettevalmistusega “viimasel tunnil”, tekib eksaminandil paanika ning olemasolevad teadmised ja oskused lähevad lootusetult segamini
- matemaatika RE ei ole 12. klassi lõpueksam, vaid kogu koolimatemaatikat hõlmav eksam. Registreerudes matemaatika REle, võtab just eksaminand (mitte õpetaja) endale vastutuse eksamitulemuste ees



Suur tänu ja kõigile edu eksamil!

deivi.taal@innove.ee

Tel 7350 632

