

Abeli auhind 2019: Karen Keskulla Uhlenbeck



Foto: Marsha Miller (Texase Ülikooli fotograaf)

1 Sissejuhatus

Karen Keskulla Uhlenbeck, kellele Norra TA määras Abeli preemia 2019 „tema teedrajavate saavutuste eest osatuletistega diferentsiaalvõrrandite geomeetrilises teoorias, kalibratsiooniväljade (ing k *gauge theory*) ja integreeruvate süsteemide teoorias ning tema tööde fundamentaalse mõju eest analüüsis, geometrias ja matemaatilises füüsikas“, võiks olla aastaraamatu lugejale teada mitmel põhjusel.

Esiteks, erakordselt silmapaistva matemaatikuna on praegune professor emeritus Uhlenbeck Abeli preemia kõrval saanud veel

mitmeid teisi olulisi autasusid ja -nimetusi.

Teiseks, Abeli preemia saamisega seoses on mitmes kirjutises, allpool tsiteerime Forbes'i 20. märtsi 2019. a artiklit, mainitud Karen Uhlenbecki kui esimest naist oma alal – mh muidugi ka esimene naine, kes on saanud Abeli preemia.

Kolmandaks, tema keskmine nimi Keskulla (eesti k Kesküla või Keskküla) on päritud tema Riias sündinud eestlasest vanaisalt. Sellest kirjutab ta e-kirjas antud kirjutise ühele koostajale: „Minu vanaisa Keskulla on sündinud Riias, aga ma tean temast väga vähe. Eeldan, nime pärast, et ta oli eestlane. Ta abiellus saksa tüdrukuga, kelle perekonnanimi oli Dressler. Olen üsna kindel, et ta pole sündinud USA-s. Minu isa Arnold Edward Keskulla sündis USA-s 1911. aastal ja kasvas üles New Yorgi osariigis Ossiningis.“

Asjaolu, et Karen Keskulla Uhlenbeck omab Eesti juuri, oli põhjuseks, et 2019. a Abeli preemia saanut tutvustati ka Eesti meedias. Uhlenbecki matemaatikast kirjutatakse sama aastaraamatu Viktor Abramovi ja Priit Lätti artiklis, siin kirjutame internetist võetud materjalidele toetudes tema elukäigust ja püüame selgitada ka Keskulla nime saamise lugu.

2 Vastukajad Abeli preemia puhul

Forbes'i artiklist [1] leiame väga kokkuvõtvalt Uhlenbecki tegevusest. Selles seisab: „Uhlenbeck on Texase Ülikooli Austinis emeriit-professor. Ta on ka Princetoni Ülikooli vanemküalalistedur ja Princetoni Süvauuringute Instituudi külalisprofessor. [IAS=Institute for Advanced Study Princeton, asut 1930, maailma üks prestiižsemad teadusasutusi, siin on töötanud Einstein, Gödel, von Neumann, Oppenheimer jt prominendid, asutus on nõrgalt seotud Princetoni ja Rutgers'i Ülikoolidega.] (Siin ja edaspidi on nurksulgudes koostaja lisandused.) Tema praeguste uurimisvaldkondade hulka kuuluvad „tasased kompleksed seostused ja geomeetriliste struktuuride moodulruumid komplekssetel seostustel“ vastavalt tema IAS-i profiilile.

„Uhlenbecki uuringud on viinud murranguliste edusammudeni

matemaatika ja füüsika ristumiskohas. Tema teedrajavatel uuringutel on rakendusi paljudes põnevates ainetes, alates stringiteooriast, mis võib aidata selgitada tegelikkuse olemust, kuni aegruumi geometriani,“ ütles ülikooli pressiteates Paul Goldbart, Texase Ülikooli Austinis füüsikaprofessor ja loodusteaduste kolledži dekaan.

„Tunnustus Uhlenbecki saavutustele oleks pidanud olema palju suurem, sest tema töö on viimase 40 aasta jooksul viinud matemaatika kõige olulisemate edusammudeni,“ märkis Jim Al-Khalili, Londoni Kuningliku Ühingu liige ja teoreetiline füüsik Surrey Ülikoolist (Inglismaa).

Uhlenbeck on olnud kogu oma karjääri jooksul liider. Kui ta pidas Kyoto rahvusvahelisel matemaatikute kongressil 1990. aastal plenaarettekannet, oli seda teinud varem vaid üks naismatemaatik – Emmy Noether (1932 ICM-Zürich). Uhlenbeck asutas IAS-i juurde Park City Matemaatika Instituudi, mille eesmärk on koolitada noori teadlasi ja edendada matemaatika huvide ja väljakutsete vastastikust mõistmist. Peale selle, tema ja Chuu-Lian Terng moodustasid IAS-i programmi „Naised ja matemaatika“ (WAM) missiooniga värvata ja hoida rohkem naisi matemaatikas.“

Uhlenbeck on üks portreeritavatest Mariana Cooki ja Robert Clifford Gunningi raamatus „Mathematicians: An Outer View of the Inner World“, Princeton University Press, 2009. Raamatu sissejuhatuses kirjutatakse: „... see on tähelepanuväärne üheksakümne kahe fotoportree kogumik, kus on esindatud meie aja kõige hämmastavamad matemaatikud.“

3 Celebratio Mathematica

Täpselt aasta enne Abeli preemia määramist on Allyn Jackson („Notices of the AMS“ vanemkorrespondent) teinud Princetonis Karen Uhlenbeckiga intervjuu, mis on leitav võrguväljaandes [2]. Samalt lehelt leiate ka Uhlenbecki autobiograafia ja mitmed lood temast, mis on n-ö vähem matemaatilised kui alljärgnev A. Jacksoni oma. Jacksoni intervjuu sissejuhatuses on kirjutatud:

„1942. aastal sündinud Karen Keskulla Uhlenbeck sai doktori-

kraadi 1966. aastal Brandeisi Ülikoolist [eraülikool Bostoni lähedal, Massachusettsis] Richard Palais' [s 1931, Wiki andmeil on Karen Uhlenbeck toodud esimesena tema silmapaistvamate õpilaste hulgas] juhendamisel. Pärast järel doktorantuuri Massachusettsi Tehnoloogiainstituudis (MIT) ja California Ülikoolis Berkeleys töötas ta Illinoisi Ülikoolis Urbana-Champaignis (1971–1976), Illinoisi Ülikoolis Chicagos (1976–1983) ja Chicago Ülikoolis (1983–1988). 1988. aastal määrati ta Texase Ülikooli Austinis Sid W. Richardsoni fondi regentide õppetooli professoriks. [Interneti andmeil on Sid W. Richardson Foundation Regents Chair in Mathematics eriline õppetool, mille kolmas hoidja oli siis Uhlenbeck.] Texasest pensionile jäänuna on ta praegu Princetoni Ülikooli külalisedur ja IAS-i külalisprofessor.

Viimase poole sajandi jooksul on Uhlenbeck olnud üks silmapaistvamaid teadlasi matemaatilises analüüsis, eriti sügav on tema panus olnud geomeetrilises analüüsis. Ta on ilmselt kõige paremini tuntud oma tööga kalibratsiooniväljade teoorias (*gauge theory*), mis pani aluse kahekümnenda sajandi kõige olulisematele matemaatika edusammudele. Selle saavutuse eest määras Ameerika Matemaatika Selts Uhlenbeckile 2007. aasta Steele'i preemia. Tema teiste tunnustuste hulka kuuluvad MacArthuri stipendium (1983) ja riiklik teadusmedal (2000). Ta valiti 1986. aastal USA Rahvuslikku Teaduste Akadeemiasse ja 2012. aastal Ameerika Filosoofiaühingusse. 1990. aastal sai temast teine naine, kes tegi plenaarettekande rahvusvahelisel matemaatikute kongressil. Esimene oli Emmy Noether 1932. aastal.

4 Allyn Jacksoni intervjuu

Jackson: Teil on nii ilus neiupõlvenimi, Karen Keskulla.

Uhlenbeck: Aitäh. Ma kirjutan oma nime endiselt Karen Keskulla Uhlenbeck. Minu vanaisa oli eestlane, kuigi ta sündis Riias, mis asub Lätis. „Kesküla“ oli algne õigekiri. See pärineb soome-eesti keelest ja tähendab küla keskpunkti. Kui lähed Helsingisse ja sõidad ringi, näed kõikjal märke „Keskulla“! See on minu isa poolel. Mu vanaema

oli sakslane.

Jackson: Kas teie isa sündis Ameerika Ühendriikides?

Uhlenbeck: Jah. Ma pole oma vanaema suhtes kindel, kuid arvan, et ka tema on siin sündinud. Ma ei tea oma taustast palju. Me ei ole ajalugu hoidev perekond. Minu ema oli metodisti jutlustaja tütar, üks kaheteistkümnest lapsest. Ema isa suri, kui ema oli alles viiene ja ema ema oli rase. Raskest olukorrast aitas üle saada üks ema vanematest vendadest.

Jackson: Teie emast sai kunstnik.

Uhlenbeck: Teda toetas selles vähemalt üks vanem õde. Ta alustas ülikooliõpinguid 1928. aastal New Yorgis Art Students' League'is. Umbes aasta pärast mõistis ta, et ei saa kunstnikuna tööd. Nii siirdus ta New Yorgi City College'isse ja sai õpetaja hariduse. Ma arvan, et järgmised eluaastad, kuni ta mu isaga kohtus, õpetas ta keskkoolis kunsti ja võib-olla ka algklassides. Talle meeldis alati väikseid lapsi õpetada. Ma ei tea, kuidas need suure depressiooni esimesed aastad tema jaoks olid. Ma arvan, et oli aeg, kui ta ei saanud piisavalt süüa. Ta lõpetas ülikooli 1932. aastal, nagu mu isagi. See ei olnud hea aasta lõpetamiseks. Üks mu isa tädi töötas Macy's [kaubandusketiga seotud äriettevõtte USA-s] varustajana ja jõudis üsna kõrgesse keskklassi. Ta finantseeris isa mehaanika õpinguid MIT-is. 1932. aastal leidis isa jaoks ainuke töökoht California kullakaevandustes. Umbes aasta pärast läks ta Utah'sse ja töötas sealsetes kaevandustes. Ta armus läänes asuvasse mägedesse. Suure depressiooni raskus rippus meie lapsepõlve kohal. Minu vanemad olid mõlemad ülespoole liikuvad, haritud, intellektuaalsed inimesed, kellel oli elu kriitilisel ajal, kui nad alustasid, tõesti tõsiseid majanduslikke probleeme. Mõned mu ema õed-vennad käisid ülikoolis ja mu ema isa oli kuidagi seotud Drew Ülikooliga.

Jackson: Kas teie isa oli peres esimene, kes läks kolledžisse?

Uhlenbeck: Jah, olen selles üsna kindel. Ta kasvas üles New Yorgi osariigis Ossiningis. Peale töötamist Läänes sai ta töö Ameerika

Alumiiniumikompaniis (Alcoa). Enamuse oma abieluaastatest veetsid mu vanemad New Jerseys, pensionäripõlve aga Santa Fes.

Jackson: Milliseid maale teie ema maalis?

Uhlenbeck: Mu ema tundis kogu elu huvi maastiku vastu. Suur osa tema varajastest töödest on 1930. aastate looming. Ma märkan seda, kui näen kunstimuuseumides selliseid asju, nagu mu ema maalid. Minu lapsepõlve jooksul maalid ta enamasti New Jersey maastikke. Ta proovis oma lapsi maalida, kuid see ei tulnud eriti hästi välja.

Jackson: Ta eriti ei maalinud inimesi?

Uhlenbeck: Õigus. Umbes sel ajal, kui ma ülikooli läksin, läks ta õlimaalilt üle vesivärvile, ma arvan, et see oli seotud kasutusel olnud kemikaalidega.

Jackson: Olite üks oma pere neljast lapsest. Mis sai ülejäänud kolmest?

Uhlenbeck: Noh, neil oli raskusi. Mu isa nõudis, et mu vend prooviks insenerikraadi omandada, ja ta õppis küll inseneriteadust, kuid siis läks üle usuõpetuse kooli. Tema elu pole olnud kerge. Minu noorim õde oli raske puudega ja suri rohkem kui 20 aastat tagasi. Mu keskmine õde on luuletaja. Ta elab koos abikaasaga Massachusettsis Carlisle'is. Nad on väga huvitatud elusloodusest ja ökoloogiast.

Jackson: Kas teie noorpõlves olid matemaatikal ja loodusteadustel teile olulised mõjud? Kas teie isa mõjutas teid?

Uhlenbeck: Kindlasti mõjutas isa kaudselt. Me olime suured lugejad ja mu isa tõi raamatukogust selliste autorite nagu Fred Hoyle [1915–2001, Briti matemaatik ja astronoom] ja George Gamow [1904–1968, Ukraina-USA füüsik] raamatuid, mida ma lugesin. Ta oli rohkem mures selle pärast, et mu vend oleks teadlane, kui ta oli minu pärast. Minu ema sõbrad olid kunstnikud ja nende elustiil polnud päris tavapärane. Nii et noorena tutvustati mind paljudele inimestele, kes ei elanud tavalist keskklassi elu. Mul on sellest väga elavad mälestused.

Jackson: Su isa soovis, et su vend hakkaks teaduse vastu huvi tundma, sest ta oli poiss?

Uhlenbeck: Jah.

Jackson: Kas teie vend tundis teaduse vastu suurt huvi?

Uhlenbeck: Ei. Tema huvid olid sel ajal alati kuidagi salapärased, ta vihkas kindlasti teadust. See oli tema jaoks kuidagi armetu kasvatus. Nüüd on ta tõsine muusik.

Jackson: Nii et teil oli vabadus teha seda, mis teid huvitas.

Uhlenbeck: Jah. Elasime West Millingtonis, Basking Ridge'i lähedal. West Millington polnud isegi väike linn. Millington oli linn ja West Millington oli mõne majaga asum selle lähedal maal. See oli nii minu ema mõjul, sest loodus meeldis talle alati. Minu vanemad ei suhelnud eriti kohalike inimestega. Mu isal olid oma elukutse kaudu mõned sõbrad ja emal olid kunstnikest sõbrad ning tema suur perekond, kus oli üksteist venda ja õde. Üks oli Michiganis ja üks Alaskal, kuid ülejäänud elasid New Jerseys.

Jackson: Kas keskkoolis oli õpetajaid, kes julgustasid teid matemaatikat õppima?

Uhlenbeck: Tegelikult mitte. Olin üldiselt hea õpilane, nii et õpetajad toetasid mind. Kõige eredamad mälestused on minu ladina keele õpetajast. Tol ajal õppis hea hulk õpilasi ladina keelt ja mina võtsin seda ainet neli aastat. Minu mälestus sellest on nüüd, et ladina keel oli ainus raske kursus, mis mul oli. Sa ei saanud seda lihtsalt teha, vaid pidid selle nimel vaeva nägema!

Jackson: Te ei pidanud matemaatikatundides töötama?

Uhlenbeck: Ei. Oma ajakava tõttu ei saanud ma osaleda kõrgema taseme matemaatikatundides [honors classes]. Aga selle taseme matemaatikaõpetaja kohtus minuga paaril korral pärast kooli ja õpetas mulle diferentsiaal- ja integraalarvutuse aluseid. See aitas tohutult kaasa, kui tegin sisseastumiskatseid Michigani Ülikooli kõrgema taseme kolledžisse. Kohtusin kunagi ühe tõeliselt imeliku

lapsega, kes oli minu vanemate sõprade poeg. Ta laenas mulle diferentsiaal- ja integraalarvutuse õpikut ja ma töötasin selle läbi. Mu isal oli MIT-ist mõned õpikud, sealhulgas üks optika teemal, mille ma läbi lugesin, ilma et ma sellest tegelikult aru oleksin saanud. Mind huvitas kõik. Ma ei usu, et ma oleksin olnud ümbritsevatele väga mugav laps.

Jackson: Miks?

Uhlenbeck: Olin alati pinges, tahtsin teada, mis toimub ja küsisin küsimusi. Matemaatikat õppisin Michigani Ülikooli esmakursuslasena. Mäletan siiani põnevust tuletiste arvutamisel piirväärtuste abil ja Heine-Boreli teoreemi tõestust, milles kasutati üksteisesse sisestatud väikeseid kaste. Matemaatika struktuur, elegants ja ilu tabasid mind kohe ja ma kaotasin nii oma südame.

Kui jõudis kätte aeg minna ülikooli, ei tulnud kõne alla ülikool New Jerseys. Rutgers ja Princeton olid meesüliõpilaste jaoks ja Douglas oli naiste kolledž. Mu ema ei tahtnud, et ma läheksin naiste kolledžisse. Oleksin tahtnud temalt küsida, miks; see teema lihtsalt ei tulnud kunagi üles. Nii valisin välja kolm kohta. Meil oli Michigani nõbu, nii et Michigani Ülikool oli üks koolidest. Tegelikult läks suur hulk New Jersey ja New Yorgi suurlinna ala üliõpilasi mujale ülikooli, sealhulgas Michigani Ülikooli. Mu isa oli läinud MIT-i, nii et ma kandideerisin ka sinna. Ja millegipärast valisin välja ka Cornelli; see kõlas nagu hea koht. Sain igale poole sisse. Teadsin, et mu vanemad olid mures raha pärast. Nad ei avaldanud mulle survet või kui nad seda tegid, oli see varjatud, nii valisin Michigani Ülikooli, sest see oli palju odavam kui teised. See oli minu jaoks väga hea valik. Umbes kümme aastat hiljem õpetasin MIT-is ja sealsed naised olid õnnetus! Kaks tüdrukut igas diferentsiaal- ja integraalarvutuse klassis, kuidagi nagu kaelakuti koos. Michigani Ülikool oli intellektuaalselt suurepärane, kuid samas ka sotsiaalselt suurepärane, sest Kesk-Lääne tüdrukud olid palju avatumad ja elavamad kui New Jersey tüdrukud. New Jerseys oli palju kambavaimu ja ma olin kambas „aju“.

Ma ei tea kedagi, kellele keskkool meeldiks, nii et ma ei tea,

kas tasub peatuda sellel, et keskkool ei olnud eriti lõbus! Olin bändis ja mängisin klarnetit. Tegelesin väga aktiivselt spordiga, kuigi tüdrukute sporti ei olnud siis veel nagu praegu. Kuna elasime maal, oli meil transpordiprobleeme, kui tahtsin pärast tunde kooli jääda.

Mul oli keskkoolis matemaatikaõpetajaga kaks või kolm kohtumist ja see, mida ta mulle õpetas, oli väga formaalne ja tuupimist nõudev. Mäletan hetke, mil sain ülikoolis õppimise ajal tõeliselt midagi aru.

Jackson: Kas saaksite mulle sellest hetkest rääkida?

Uhlenbeck: Mul oli väga kõrgetasemeline kursus edasijõudnutele, mis sarnaneb bakalaureuse reaalanalüüsi kursusega. Olime õppinud piirväärtusi arvutama. Käisin lisakonsultatsioonidel ja assistent näitas, kuidas tuletist võtta. Mäletan, et tõusin üles, vaatasin enda kõrval olevat kutti ja ütlesin: „Kas me tohime seda teha?“ See oli hetk, kus järsku mõistsin, et matemaatikas on igasuguseid asju, mida „on lubatud teha“.

Aastaid hiljem kohtusin selle kursuse õpetajat Maxwell Reade'i [1916–2016, oli Michiganis lugupeetud õppejõud 40 aastat, teadustööd kompleksmuutuja analüüsist] ja ta ütles, et harilikult istusin viimases reas ja lugesin New York Times'i. Ma ausalt ei mäleta seda! Kuid ma mäletan, et pidasin kursust igavaks, sest ta tegi ühel päeval midagi ja siis järgmine kord tuli tagasi ja tegi sama asja uuesti. Professori ja õpetajana tean, et sa pead nii tegema. Kuid matemaatikast vaimustunud õpilasena nägin seda lihtsalt kordamisena. See oli edasijõudnute matemaatikakursus ja seda alustati 80 õpilasega. Teise aasta lõpuks oli neid järele jäänud umbes kaheksa.

Jackson: Mitu naist oli klassis?

Uhlenbeck: Ma ei usu, et alguses oli palju naisi. Ma arvan, et lõpuks kaheksa hulgas oli kolm naist. Ülejäänud kahel on matemaatikas ka doktorikraad. Ma pole kindel, et ma nende nimesid mäletan.

Jackson: See on päris hämmastav, kolm kaheksast.

Uhlenbeck: Oh, jah. See oli suurepärane keskkond. Muidugi oli see täiesti meeste õhkkond. Kesk-Lääne ülikoolide raamatukogudes tekib teatud omapärane tunne. Tammelaud, palju pakse kõiteid – see on kuidagi meeste õhkkond. Nii see oli ja ma leppisin sellega, nii nagu noored enamikku asju aktsepteerivad. Ma olin piisavalt hea õpilane, ja see julgustas mind väga. Algkursustel võtsin kraadiõppe aineid, nii sain palju julgustust kraadiõppesse kandideerida.

Meenub veel üks „ahaa“ hetk. Ma võtsin kursuse üsna kuulsalt tüübilt, nimega Raymond Wilder [1896–1982, topoloog, Moore'i kuulsamate õpilaste hulgas], kes oli olnud R. L. Moore'i [1882–1974, teadustööd topoloogia alustest, tema deduktiivset õpetamismetoodikat nimetatakse Moore'i meetodiks] õpilane. Klassis oli viiskümmend õpilast, kuid Wilder õpetas ikka nagu R. L. Moore. „Ahaa“ hetk oli, kui sain aru, et oskan teha seda, mis raamatutes on. Ma ei pidanud seda n-ö õppima – sain selle ise luua. Sellised kursused on tohutult väärtuslikud, tõenäoliselt igasuguste õpilaste jaoks, sest need annavad teile mõista, et saate midagi läbi mõeldes ise luua.

Jackson: Ehkki algul oli teie peaaaine füüsika, jõudsite lõpuks matemaatika juurde.

Uhlenbeck: Jah. Tegin oma ülikooli esimese kursuse välismaal. Mul oli poiss-sõber, kes oli matemaatika kraadiõppur ja poolakas. Ta arvas, et mul on vaja rohkem haridust – ma olevat liiga ameeriklane või midagi sellist! Kandideerisin Wayne'i Osariigi Ülikooli kaudu esimese aasta välismaale õppimiseks. Programmis oli üliõpilasi kogu Ameerika Ühendriikidest – Yale'ist, Princetonist, Stanfordist, Wheatoni Kolledžist Massachusettsis. Läksin aastaks Münchenisse ja see oli põnev kogemus. Õppisin saksa keelt suhteliselt hästi rääkima. Ja ma istusin Saksa matemaatika loengutel, mis olid silmi avavad. Loengud olid täiuseni lihvitud. Neid oli nii lihtne jälgida, sest kõik oli nii selgelt välja töötatud. Olin harjunud professoritega, kes valmistuvad enne loengut viisteist minutit. Õppisin suusatama, õppisin ooperit armastama ja mind tutvustati teatrimaailmaga. See oli suurepärane kogemus.

Jackson: Kas mäletate mõnda Müncheni professorit?

Uhlenbeck: Võtsin Riegerilt [arvatavasti Georg Johann Rieger, s. 1931] mõned algebralise topoloogia loengud ning Steinilt diferentsiaalvõrrandid ja kompleksanalüüsi.

Jackson: See oli Karl Stein? [1913–2000, kompleksanalüüsi ja krüptograafia teadustööd]

Uhlenbeck: Ma arvan, et see oli tema. Ma võin teada tema nime matemaatikast, Steini muutkondadest. Muidugi ma tol ajal seda ei teadnud, ma polnud õpingutega piisavalt kaugel. Tema loengud olid ilusad. Toimusid ka harjutustunnid, Übungen, ja ma mäletan, et teised meie programmi matemaatikaüliõpilased ei olnud nii edasijõudnud kui mina. Nad olid pärit sellistest kohtadest nagu Yale ja Princeton, seega oli julgustav avastus, et haridus, mille sain Michigani Ülikooli kõrgema taseme programmis, oli tõesti hea. Ma võlgnen palju Michigani Ülikoolile.

Jackson: Kas mäletate Michigani professoreid peale Wilderi, kes olid teile sel ajal olulised?

Uhlenbeck: Mul oli Frank Raymondilt [Michigani ülikooli emeriitprofessor, algebraline ja geomeetriline topoloogia] algebralise topoloogia kursus. Ma ei võtnud Paul Halmosi kursust, kuigi ta viibis sel ajal Michiganis.

Jackson: Tol ajal polnud seal ühtegi naisprofessorit?

Uhlenbeck: Ei. Klassides oli teisigi naisi ja ma tean neist nüüd mitut, näiteks Harriet Pollatsek ja Martha K. Smith. On käputäis naisi, kes osalesid Michigani kõrgema taseme programmis ja jätkasid matemaatika doktorikraadiga. Üks teooria oli, et isad ei saada oma andekaid tütreid eliitkoolidesse; kui nad oleksid olnud mehed, oleks nad saadetud kuhu iganes. Nii sattus rühm väga andekaid naisi kõrgema taseme matemaatikaprogrammi Michiganis. Ma pole kindel, kust ma selle teooria kunagi sain. Minu kraadiõppeprogrammis Brandeisi ülikoolis oli käputäis naisi, aga ma polnud neist ühegi lähedane sõber. Oli iseenesestmõistetav, et

matemaatikas ei jõua sa kuhugi naistega käe alt ringi käies. Meile öeldi, et me ei saa matemaatikat teha, kuna oleme naised. Nii et kui üldse, siis kiputi teiste naistega ainult sõbralik olema. Oli palju räiget, ilmset heidutust, kuid oli ka peent julgustust. Seal oli palju inimesi, kes hindasid häid õpilasi, nii mehi kui naisi, ja mina olin väga hea õpilane. Mulle meeldis teha seda, mida ma ei pidanud tegema, see oli omamoodi seaduslik mäss. Ootusi polnud, sest olime naised, nii et kõike, mida hästi tegime, peeti edukaks.

Jackson: Saite bakalaureusekraadi Michiganis 1964. aastal. Millal hakkasite matemaatika kraadiõppele mõtlema?

Uhlenbeck: Ma lihtsalt kukkusin sellesse. Kui olin bakalaureuseõppe üliõpilane, kandideerisin praktikale sellistesse kohtadesse nagu IBM ja Bell Labs. Aga ma ei saanud kunagi alalist kohta ja arvan alati, et mu elu oleks võinud olla hoopis teistsugune, kui oleksin saanud mõne kindla koha. Mind ei huvitanud õpetamine – arvasin, et inimestega on liiga raske toime tulla! Niisiis kukkusin matemaatikasse kui sellesse, mida oskasin teha. Minu kraadiõppurist poiss-sõber oli NYU-sse üle läinud. Ma ei mäleta, kuhu ma kandideerisin, kuid sattusin lõpuks NYU-sse. See oli osaliselt tingitud sellest, et mu ema oli käinud New Yorgis ülikoolis ja osaliselt seetõttu, et NYU-l oli sel ajal naiste jaoks hea maine.

Jackson: Cathleen Morawetz oli seal.

Uhlenbeck: Ma tahan olla tema suhtes väga taktitundeline, kuna see on minu jaoks oluline. Ta oli ainus naine, kelle kursuse ma olen läbinud. Tollal ei avaldanud ta mulle suurt muljet. Ma olin kriitiline tema juuste ja riiete, tema loengustiili ja isegi tema matemaatika suhtes. Mul polnud olnud rakendusmatemaatikaga mingit kokkupuudet ja see ei huvitanud mind. Mitu aastat hiljem tuli see mälestus mu juurde elupäästjana. Mul oli parasjagu raske periood ja mälestus vähemtäiuslikest loengutest kõrgelt hinnatud matemaatiku poolt, keda ma olin imetlema hakanud, hoidis mind üleval. Igaüks ei pea olema täiuslik, kuid igaüks võib olla inimene! Rollimudelid võivad mitmel viisil asja ette minna.

Pärast aastat NYU-s abiellusin Michiganis kohatud poiss-sõbraga, kes on biokeemik, ja võtsin nimeks Uhlenbeck.

Jackson: Ta on füüsik George Uhlenbecki poeg. Ja edasi?

Uhlenbeck: Kolisime Bostonisse, sest mu mees läks Harvardisse. Mul oli NSF-i [National Science Foundation] stipendium ja see aitas mul liikuda. See oli umbes 1967. aastal, varsti pärast Sputnikut. [Esimene Sputnik oli tegelikult 1957.] Kogu mu ülikoolitee vältel oli palju programme, mis innustasid õpilasi matemaatika ja loodusteaduste juurde minema. Nad julgustasid kõiki, ka naisi.

Ma läksin matemaatika kraadiõppesse Brandeisi ülikoolis. Ma isegi ei üritanud MIT-i või Harvardi minna. Mul pole aimugi, kust selline sisetarkus pärineb, välja arvatud see, et teadsin, et mind ei huvitanud naisküsimus. Ma ei tahtnud olla erakordne naine. See oli kõhutunne; ma ei oska ühtegi kohutavat kogemust tuua. Ma lihtsalt teadsin, et olen nendes kohtades isoleeritud. Brandeis oli väiksem ülikool ja tundsin, et mul on seal turvalisem. Ja see oli tõsi. Ma ei usu, et professorid mind erilisena nägid. Paljud neist ei soovinud ega kiitnud heaks naisüliõpilasi. Kuid ma olin piisavalt hea õpilane, et olenemata nende tunnetest, kas naised peaksid matemaatikat tegema, suutsin neist n-ö traumata üle saada.

Kuid sekretäridega ei saanud ma kunagi läbi! Nendega oli palju raskem. Mäletan, et minu karjääri algusosa tegi keeruliseks see, et pidin sekretäridega läbi saama. Muide, oma karjääri hilisemas osas, eriti Texase Ülikoolis ja IAS-is, sain töötajatelt tohutult tuge. Asjad on tõesti muutunud.

Jackson: Teie juhendaja Brandeisis oli Dick Palais. Kuidas sündis, et temast sai teie juhendaja?

Uhlenbeck: Valisin ta väga teadlikult, kuna ta oli seotud uue ainega, mida nimetatakse globaalseks analüüsiks ja milles kasutatakse topoloogia analüüsi probleemide lahendamiseks või analüüsi topoloogia probleemide lahendamiseks. Diferentsiaaltopoloogia lõpmatumõõtmelistes ruumides oli teise aasta kraadiõppes mulle suur asi. Igal reede õhtul oli MIT-is seminar, kus käisin selle uue värgiga tutvumas ja see kiskus mind väga kaasa. Dick Palais oli käinud

IAS-is ja pidanud seal seminari ning avaldanud Atiyah'-Singeri indekseoreemi käsitleva raamatu. Otsustasin teadlikult, et tahan teha seda uut matemaatikat, mitte näiteks tõestada mõnda väikest uuendust rajaülesannete lahendamisel.

See sobis mulle hästi, sest olen oma olemuselt analüütik, samas kui minu lõputööde juhendaja oli diferentsiaaltopoloog. Ta raamistas minu jaoks probleemid ja õpetas mulle abstraktset mõtlemist, milles ma nii osav pole. Ta oli hea materjali esitaja ja viis mind kurssi teadmistega, mida ma poleks kunagi ise saanud. Ja ma võisin minna kirjanduse juurde ja töötada välja analüüsi tehnilised üksikasjad, mida tema ei osanud teha.

Jackson: Kas saate rääkida selle seosest Eells ja Sampsoni loominguga?

Uhlenbeck: Nende töö on põhjapanev. Ühes oma artiklis konstrueerisid nad harmoonilised kujutused negatiivse kõverusega muutkondadesse kasutades soojusvoogu. See oli üks esimesi kordi, kui keegi tegelikult kasutas sellises olukorras topoloogilisi tingimusi. Negatiivne kõverus on seotud topoloogilise tingimusega. See artikkel näitas, et võite saada lahendeid igas homotoopia klassis ning paljudel juhtudel, kui teil on natuke rohkem negatiivset kõverust, on lahend ühene.

See oli üks esimesi töid, mis ühendas analüüsi muutkondadel ja topoloogiat. Ülevaateoengutes, kus esitatakse seda analüüsi ja topoloogia seost, tunnustaksin ma alati ka 1950. aastate lõpus tõestatud Botti perioodilisuse teoreemi. Selles uuriti topoloogiat lähtudes geodeetilisest vaatepunktist, ja siin on kindlasti kasutatud analüüsi. Teine on Atiyah'-Singeri indekseoreem, mis seob lahendite ruumi mõõtmelise topoloogiaga.

Fundamentaalne oli ka Palais'-Smale'i tingimus. Steve Smale [Fieldsi medal Moskvas 1966] ja minu juhendaja Dick Palais avastasid selle üsna sõltumatult. See näitab, et Marston Morse'i väljatöötatud Morse'i teooriat on võimalik arendada lõpmatumõõtmeliseks. See on lähtepunkt, millest alustasin kraadiõppes 1964. aastal. See uurimisvaldkond oli avanemas, ühendas analüüsi ning topoloogiat

ja geomeetriat. Mind tõmbas see vahepealne valdkond. See oli nagu hüppamine laevatekilt, teadmata, mis juhtuma hakkab.

Jackson: Oma vastuses Steele'i auhinna saamisel ütlesite, et viibisite Brandeisis globaalse analüüsi kõige intensiivsema arengu aegu ja et see uurimisala langes hiljem seal ebasoodsasse olukorda. Mis juhtus?

Uhlenbeck: See oli teema, mis kerkis äkki ja oli umbes aasta jooksul väga suur, kuid siis enam polnud suuri saavutusi. Umbes kümme aastat hiljem tuli see tagasi geomeetrilise analüüsina, kus sellised inimesed nagu S.-T. Yau teoreeme tõestasid. See ei olnud sujuv trajektoor. Mis oli 1960. aastatel selles töötanud inimeste peas, sai tegelikult teoks 1970. ja 1980. aastatel. Valdkond ei olnud vahepeal eriti populaarne.

Ma peaksin selle eluperioodi kohta veel midagi lisama. Minu mehe vanemad elasid New Yorgis ja me külastasime neid sageli. Minu äi oli füüsik, kes oli kolinud Michigani Ülikoolist Rockefelleri Ülikooli. Teda ühelt poolt lõbustas minu tegevus ja teiselt poolt oli ta mulle julgustuseks. Oli huvitav ja kasulik näha akadeemilise perekonna vaatenurka. Ma hindasin neid, sest olin tulnud väljastpoolt akadeemilisi ringkondi ja väljastpoolt seda suuremat intellektuaalset maailma. Minu mehe vanemad tundsid akadeemilises ringkonnas mitmesuguseid inimesi erinevatest kohtadest. Ämm õpetas mind süüa tegema. Olin õppinud oma emalt põhitoite valmistama, kuid ema ei mõelnud kokkamisest kui kunstist. Nii et minu mehe vanemad olid minu jaoks väga olulised.

Jackson: Sa ütlesid, et su äi oli lõbustatud, kuid julgustav. Lõbustatud, mis tähendab ...?

Uhlenbeck: Ma arvan, et talle meeldis lihtsalt see, et ma olin teistsugune ja tahtsin teha asju viisil, mis talle oli väga võõras.

Jackson: Mõnda meest oleks see heidutanud.

Uhlenbeck: See on õige. Teda see ei heidutanud.

Jackson: Tema naine ei kuulunud akadeemilisse sfääri?

Uhlenbeck: Ei. Nad olid hollandlased ja mõlemad olid üles kasvanud Indoneesias. Nad olid näinud palju maailma. Nii erineva taustaga inimestega kohtumine oli tõeliselt pilku avardav.

Jackson: Pärast teie doktorikraadi õpetasite MIT-is ja siis veetsite kaks aastat Berkeleys, 1969–1971. Millised on teie muljed Berkeleyst sellel ajal?

Uhlenbeck: Poliitika. Vietnami sõda. Õppisin ka palju matemaatikat.

Jackson: Keda te sellest ajast matemaatikaosakonnas mäletate?

Uhlenbeck: Huvitaval kombel vanema põlve inimene Abe Taub. Ta oli tol ajal matemaatiline füüsik ning ma kuulasin temalt kvantmehaanikat ja tema kolleegilt Ray Sachsilt üldist relatiivsusteooriat. Õppisin ka natuke kvantväljateooriat, kuid see katkestati, kui ülikool demonstratsioonide tõttu suleti. Abe Taub avaldas mulle üsna suurt muljet. Ta oli töötanud lööklainete ja vedelike mehaanika kallal ning olnud oluline osaleja ka ühe esimese arvuti ehitamisel Illinoisi Ülikoolis. Hiljem kolis ta Berkeleysse. Mind huvitas, kuidas saaksin näiteks analüütiliste vahenditega uurida lööklaineid – ja mulle avaldas muljet tema uuringute haare.

Berkeleys ei olnud palju inimesi, kellega koos töötada. Ma tegelesin mõne omaväärtuste ja omafunktsioonide probleemiga ning töötasin Lorentzi geomeetria kallal, mis on aegruumi geomeetria. Neid asju ei inspireerinud tegelikult keegi; ma lihtsalt korjasin nad üles. Olin natuke pettunud, et ma ei suutnud kedagi teist nende vastu huvi tundma panna! Kuid ma ei ole kriitiline; see oli kindlasti osa atmosfäärist. Kuulasin oma viimasel ametiajal Steve Smale'ilt ühe semestri taevamehaanikat. Kursuse lõpetamise ajaks olin mehaanika väga hästi ära õppinud.

Jackson: Pärast Berkeleyt kolisite 1971. aastal Illinoisi Ülikooli Urbana-Champaignis. Nii teie kui ka teie abikaasa saite seal ametikohad.

Uhlenbeck: Me arvasime, et see sarnaneb natuke Michigani Ülikooliga, kus me mõlemad olime üliõpilased ja mis meile oli

meeldinud. Ühel või teisel moel oli minu tööga mingi segadus. Ma ei tea, mis see oli, aga tundus, et inimestele meeldis öelda, et õieti sa ei saanud seda tööd.

Jackson: Et te ei olnud tegelikult kvalifitseeritud?

Uhlenbeck: Jah. Nad ütlesid, et nad oleksid tahtnud teha rohkem pakkumisi, aga said teha ainult ühe, mis tähendab, et kuidagi oli administratsioonil sellega pistmist, mis võis ka tōsi olla. Neli-viis professori naist õpetasid matemaatikaosakonnas, kuid nad ei osalenud seminarides. Ja oli ainult üks naisprofessor, M.-E. Hamstrom.

Jackson: Te ei olnud Urbanas õnnelik.

Uhlenbeck: Raske on teada, kas ma olin õnnetu või polnud minu abielu õnnestunud või mis iganes. Ma ei tundnud end kindlasti matemaatilisel kodus. See oli Berkeleyga võrreldes suur muutus. Ma ei mäleta, et ma Berkeley inimestega eriti palju matemaatikast rääkisin, kuid ometi oli seal inimesi, kellega rääkida. See võis olla isegi lihtsalt vanus. Illinoisis ei olnud minu vanuserühmas nii palju inimesi ja mitte ühtegi minu taustaga inimest.

Naised korraldasid matemaatikaosakonnas kogu meelelahutuse. Aastaid hiljem, kui läksin sinna külla, polnud pidusid, sest kõik naised töötasid! Kuid minu Illinoisis viibimise ajal oli osakonnas tõesti jaotus naiste ja meeste vahel. Atmosfäär oli minu jaoks lämmatav. Kuni selle ajani oli minu kogemus akadeemilises ringkonnas olnud põgenemine piiratuse tundest.

Ma reisisin Urbanas olles vist üsna palju – ma ei tea, kuidas ma seda teha sain, aga ikkagi sain. Sain väga sõbralikult läbi Lesley Sibneriga, kes oli Brooklyni Polütehnilises Ülikoolis. Esimest korda kohtusin temaga Triestis konverentsil 1971 või 1972. Ma läksin kuulama ettekannet teemal, millest arvasin teadvat midagi. Ma ootasin, et mõni tüüp tõuseb üles ja räägib, sest ma ei teadnud, kes on Lesley Sibner. Ja see violetsest seemisnahast pükskostüümis ja kõrgetel kontsadel naine sööstis rääkima ja pidas ilusa ettekande asjadest, mida ma teadsin ja mis mind huvitasid. Olin põnevil temaga kohtumisest. Saime sõpradeks ja ma tegin päris mitu

reisi New Yorki ning nägin alati teda ja tema abikaasat Robert Sibnerit, kes oli New Yorgi Linnaülikooli matemaatik. Lesley oli erakordne naine. Ta oli tegelikult hakanud näitlemist õppima ja tuli matemaatikasse natuke hilja. Ta oli väga hea matemaatik ja suurepärane inimene.

Jackson: Kas te kirjutasite temaga mõne artikli?

Uhlenbeck: Kirjutasime artikli umbes kümme aastat pärast kohtumist. Olin selleks ajaks Texase Ülikoolis Austinis.

Jackson: Jätsite oma abikaasa ja asusite 1976. aastal tööle Illinoisi Ülikoolis Chicagos. Teile meeldis sealne atmosfäär palju paremini kui Urbanas?

Uhlenbeck: Õigus, mul oli seal väga mugav. Õppisin ka Teichmülleri teooriat Howie Masurilt, kelle tööruum oli minu oma kõrval. See osutus kasulikuks, kui proovisin mõista Thurstoni tööd.

Jackson: Just siis, kui olite Illinoisi Ülikoolis Chicagos, kirjutasite koos Jonathan Sacksiga artikli.

Uhlenbeck: Ta tuli Urbanasse järel doktorina ja hakkas minuga rääkima. Ma ei teadnud väga palju minimaalpindadest, kuid me rääkisime neist ja tegime koostööd. Ta tõi teadmised minimaalpindadest ja mina tõin põhiidee, mis oli kompleksmuutuja analüüsi põhjal tõesti üsna lihtne idee. Kirjutasime koos paar artiklit. Olin mitu aastat talle väga lähedal, kuid siis kaotas ta jälje.

Jackson: Te ütlesite, et tõite põhiidee kompleksmuutuja analüüsist. Mis idee see oli?

Uhlenbeck: See oli mõte muuta probleemist mastaabi. Kui teil on midagi, mis ei sõltu mastaabist, võite seda paisutada ja vaadata teisest mõõtkavas.

Jackson: Seda mõõtkava muutmise ideed nimetasite artiklis „mullitamiseks“?

Uhlenbeck: Just nii.

Jackson: Miks te seda mullitamiseks nimetasite?

Uhlenbeck: Olgu teil ruumis R^2 probleem ja konkreetnes punktis midagi toimub. Te laiendate pisikesed ringid suurteks ja selles punktis peidus olev osutub kujutiseks sfäärile. Nii et see on nagu mull. Mullitada võivad ka muud tüüpi probleemid, kuid tavaliselt peab neis selleks olema mingi mastaabi-invariantsus.

Jackson: Hiljem kasutasite seda mullitamise ideed Yangi-Millsi võrrandite kontekstis, kas oli nii?

Uhlenbeck: Jah. Mastaabi-invariantsed probleemid käituvad kõik väga sarnaselt. Teine probleem, millest ma tol ajal isegi ei teadnud, oli Yamabe probleem, mis on samuti mastaabi-invariantne. Paljud täielikult geomeetrilised probleemid on mastaabi-invariantsed. See tähendab, et kui teil on probleem, kus otsite meetrikat ja ühel või teisel moel sellel puudub loomulik väline mõõtkava, saate tegelikult muuta vaadeldavat mõõtkava.

Jackson: Kas saaksite mulle rääkida probleemist, millega Sacksiga tegelesite?

Uhlenbeck: Kontseptuaalselt oli see probleem minimaalpindade leidmine. Ma pole kunagi õppinud ja ei tea siiani tegelikult geomeetrist mõõduteooriat kasutavat Federeri-Flemingi lähenemist. Alternatiivne lähenemine oli nende leidmine konformsete parametrizeerimisega. Probleem on selles, et need konformsed parametrizeerimised ei näe mastaapi. See tähendab, et kui kirjutate integraali üle R^2 pinnatüki, mis esitab minimaalpinna osa, võite tegelikult saada sama vastuse, muutes ruumi R^2 osa mastaapi. See probleem kuulub variatsioonarvutusse, mida ma kraadiõppes olin kõvasti õppinud. Idee oli üles kirjutada energia funktsionaal, mis tekitaks vastava minimaalpinna, siis väike häiritus annab meile vajaliku mastaabi. Ja siis võite tõestada, et see rahuldab Palais'-Smale'i tingimust selliselt, et on olemas Morse'i teooria. Sellisel juhul on seal palju kriitilisi punkte. Edasi lasete häiritusel minna nullini ja siis, kuigi on kohti, kus te ei saa koonduvust, muudate lihtsalt nendes kohtades mastaapi, kuni leiate midagi.

Mastaabi muutmisel saate kujutuse ruumist R^2 muutkonda, kus otsite seda minimaalpinda. Asi on selles, et kuna see integraal ei arvesta midagi muud kui nurki, ei saa ta vahet teha ruumidel R^2 ja S^2 . Te saate kujutuse ruumist R^2 , kuid võite seda ka mõelda kui kujutust ruumist S^2 , millel on singulaarne punkt. Siis on olemas regulaarsuse teoreem – mille kallal ma ka oma väitekirjas töötasin –, et kui teil on kujutus sfäärilt muutkonda, mis rahuldab harmoonilise kujutuse tingimust, saab tegelikult singulaarsuse kõrvaldada ja tõestada, et kujutus on regulaarne selles singulaarses punktis. See oli nelikümmend aastat tagasi ja tänapäeval peetakse seda tehnikat väga standardseks.

Sel ajal polnud mul olnud kokkupuudet paljude matemaatikutega. Olin omandanud doktorikraadi Brandeisis, mitte Harvardis ega MIT-is ega Berkeleys. Ja kui olin Berkeleys ja MIT-is, ei töötanud ma tegelikult kellegi teisega. See oli mõnes mõttes kasulik, sest ma ei teadnud, mida teised mõtlevad minimaalpindadest. Nii et kui Jonathan Sacks mulle probleemi tutvustas, ei olnud mul sellest mõtlemiseks ühtegi sisse ehitatud masinat. Nii suutsin sellest probleemist mõelda omal moel.

Jackson: See on eelis?

Uhlenbeck: See on kindlasti eelis. Mitme probleemiga töötasin olukorras, kus ma ei teadnud teisi inimesi, kes arendasid antud probleemi masinavärki.

Jackson: Kas töö Jonathan Sacksiga oli geomeetrisem kui varem?

Uhlenbeck: Jah, geomeetrisem. Võlgnen selle Jonathanile. On veel midagi, millest peaksin teile rääkima. Kui olin kraadiõppur, puutusin kokku väga tehnilise probleemiga tõestada kujutuse regulaarsust, kui selle arenduse pealiige on halva mittelineaarsusega. See kerkis minu lõputöös üles. Selle asemel, et vaadata integraali, mis annaks näiteks minimaalpinna võrrandi, vaatasin integraale, millel oli veidi erinev integrand. Te võite kontrollida, et nende jaoks oli olemas Morse'i teooria. Nüüd nimetatakse neid p -harmoonilisteks kujutusteks. Probleem oli selles, et need andsid nõrga lahendi ainult Banachi ruumis; need ei olnud siledad. Töötasin selle probleemiga

mitu aastat ise, päris palju. Lugesin mõnda elliptilise PDE-teemat [PDE=*partial differential equation*] käsitlevat artiklit ja ühel esimestest konverentsidest, kuhu läksin, kohtusin Jürgen Moseriga. Ta andis mulle mitmeid separaate oma töödest, nendes kirjeldatud nimetatakse nüüd Moseri iteratsiooniskeemiks. Töö, mille ma selle probleemiga tegin, tuli minu kohtumisest Moseriga ja tema antud artiklite lugemisest. See on kõige raskem matemaatika, mida ma kunagi teinud olen.

S.-T. Yau märkas seda tööd [arvatavasti peetakse silmas artiklit [3]] ja kutsus mind endale külla. Sel ajal oli ta Stanfordis. Olin täiesti ehmunud, sest keegi polnud kunagi selle artikli kohta minult midagi küsinud. Ma polnud sellest kunagi kellegagi rääkinud! Küllastasin teda, rääkisin Yau ja Leon Simoniga ning kohtusin Rick Schoeniga, kes oli nende kraadiõppur. Ma pole isegi kindel, kas ma seda artiklit tänapäeval lugeda suudaksin. See oli väga raske, väga tehniline artikkel probleemist, millega mind hakati esile tõstma. Töötasin selle kallal mitu aastat – üks aasta õppejõuna MIT-is ja kaks aastat Berkeleys. Sellest sai alguse suurepärase suhe S.-T. Yau'ga.

Jackson: Kas selles artiklis oli globaalse analüüsi perspektiivi?

Uhlenbeck: Ei, see oli lihtsalt teatud PDE, kuid selle ajendiks oli globaalne analüüs. Mul olid mõned funktsionaalid, mis rahuldasiid Morse'i teooriat, ja ma tahtsin näidata, et nende kriitilised punktid on tegelikult regulaarsed kujutused, st, need funktsionaalid ei ole väga katkevad. Ja teatud mõttes kasvas see minimaalpindade artiklik. Otsisin kahemõõtmelisi minimaalpindu ja Dirichlet' integraal, mille minimeerimist tavaliselt kasutatakse, peaaegu rahuldab Palais'-Smale'i tingimust. Nii et kui lisada väike epsilon-liige, rahuldaks see Palais'-Smale'i tingimust. Idee oli tuua sisse see väike häiritus ja siis vaadata, mis juhtub, kui häiritus läheb nulli.

Nii et minimaalpindade tööd kasvasid välja sellest väga tehnilisest PDE-probleemist, mille kaudu olin globaalse analüüsi juurde sattunud. Mitmed teised üliõpilased, kes tegid samuti globaalset analüüsi, tegid palju abstraktsemaid asju. Ja edasi tegin ma väga tehnilisi asju. Kuid kuna mind koolitati topoloogilisest-

geomeetrisest vaatepunktist lähtudes, olen ma hakkama saanud topoloogiaga. Kuigi nüüd olen alati kadunud, kui lähen topoloogi jutule!

Siiani ainult füüsikute Yangi-Millsi võrrandite loo järgmine suurem areng tuli matemaatikute poolt! Atiyah'-Singeri indekseoreem ütles midagi Yangi-Millsi võrrandite lahendite ruumi mõõtme kohta. Matemaatikutel oli füüsikutele midagi öelda ja just selles punktis hakkasid matemaatika ja füüsika kogukondade suhted muutuma. Just siin algas koostöö ja ristviljastamine.

Ma ei tea, kuidas seda tohutut vahet kirjeldada. Muutus kogu positsioon, mis oli matemaatikal loodusteadlaste kogukonnas. Matemaatikutel oli tegelikult midagi öelda!

Jackson: Millised probleemid teid köidavad? Mis peab probleemis olema teie tähelepanu äratamiseks?

Uhlenbeck: See on kombinatsioon konkreetsusest – nii et saab aru konkreetsetest näidetest – ja ka paljude teiste ideedega ühendamisest. Näiteks näete analüüsi minimaalpinna võrrandis, kuid siis mõistate ka, et sellel on seoseid teiste geomeetria küsimustega, mis pole ainult analüüs. Mind köidab kindlasti väga idee, et matemaatikas ja seoste nägemises on palju erinevaid tahke.

Jackson: Palju analüüsi tuleb füüsikast.

Uhlenbeck: See avaldab mulle muljet. Mulle tundub, et matemaatikud pole mõnes mõttes eriti leidlikud mõtlejad. Nad saavad ideed ja siis peksavad selle omamoodi surnuks, lükates seda üha edasi. Probleemiga tegelevatel inimestel kaob sageli idee ära.

Jackson: Kas füüsikud on leidlikumad?

Uhlenbeck: Nad mõtlevad kindlasti teisiti, kuid ma pole kunagi suutnud mõista erinevat viisi, kuidas nad probleemidest mõtlevad. Matemaatika on, eriti viimase viiekümne aasta jooksul, saanud tohutult kasu ideedest, mis tulevad väljastpoolt. Teatud mõttes ei arene matemaatika iseenesest, sisemiselt.

Võtan selle tagasi. Matemaatika eri piirkonnad võivad üksteist mõjutada. Selle näiteks on Langlandsi programm ja tõenäosuslike meetodite kasutamine PDE-s. Asi on selles, et matemaatika ei ole masin, kuhu kirjutate definitsioonid, teoreemid, tõestused ja teete näite sinna juurde. See on palju huvitavam.

Kui oleksin noorem, oleksin väga huvitatud sellest, et õppida palju rohkem asjadest, mis ei ole puhas matemaatika, vaid on seotud matemaatikaga teistes valdkondades.

Jackson: Mida te seal silmas peate?

Uhlenbeck: Igasugust kraami arvutiteaduses, bioloogias.

Jackson: Füüsika ka?

Uhlenbeck: Ma proovisin seda. Ma läheksin teises suunas. Huvitav on see, et mingid füüsika ideed viivad matemaatika ideedeni, mis kipuvad ummikusse minema. Füüsikutel on konstruktsioonidest vabam ettekujutus.

Jackson: Käisite Michael Atiyah' loengutel 1970. aastate lõpus Chicago Ülikoolis.

Uhlenbeck: Ta pidas Chicago Ülikoolis neljaloengulise sarja teemal Yang-Mills ja kalibratsiooniteooria.

Jackson: Kas siis hakkasite huvi tundma kalibratsiooniteooria vastu?

Uhlenbeck: Jah. Enamik matemaatikuid ei teadnud sellest midagi. Seostuste kihtkondadest [*fiber bundle*] oli kaks õpikut, üks Steenrodi ja teine Husemolleri oma. Need olid väga abstraktsed. Füüsikud tulid alati meie juurde ja küsisid, mida nad võiksid õppida. Ja me saime neile anda ainult neid väga abstraktseid õpikuid. Keel oli nende jaoks kindlasti keeruline – see oli raske matemaatikutele, kes seda õppida püüdsid, ja füüsikutele veelgi raskem.

Jackson: Füüsikud mõtlesid välja Yangi-Millsi võrrandid. Seda poleks matemaatikud ise teinud.

Uhlenbeck: Nad oleks võinud, aga ei teinud. Neil olid olemas kõik tööriistad, kuid see ei olnud asi, millele nad mõtlesid.

Jackson: Miks mitte?

Uhlenbeck: Ma soovin, et ma teaksin täpselt, mis teeb vahet matemaatikute ja füüsikute vahel, kes näevad asju veidi teises kontekstis. Olin tegelenud variatsiooniprobleemidega. Yangi-Millsi võrrandite korral on olemas teist järku võrrand, mis on variatsioonülesande lahend, mis on väga loomulik, ja te võite selle hõlpsasti välja mõelda. Kuid siis on esimest järku võrrandid, mille mõistmiseks on vaja veidi rohkem topoloogiat. Enamik matemaatikuid, kui neile seda oleks selgitatud, oleksid sellest kohe aru saanud. See ei olnud täiesti müstiline.

Mäletan, et minu doktoritöö juhendaja Dick Palais julgustas mind Yangi-Millsi vastu huvi tundma – see oli pärast minu doktorikraadi. Mul ei olnud algteadmisi kihtkondadest ja pidin õppima, mis on seostused ja kõverus. Aga mul tekkis huvi ja see õnnestus. Nägin, millised probleemid olid analüüsis. Tegelesin just sellega, mis oli ilmne probleem, milleks oli kalibratsiooni muutmine, et saaksite analüüsi kontrollida.

Aastatel 1979–80 olin IAS-is Yau korraldatud geomeetriaprogrammis. Cliff Taubes oli siis Harvardi kraadiõppur. Tal oli tüdruksõber, kes viibis sel ajal Princetonis ja sai hiljem tema naiseks. Taubes tuli korraks Princetoni ja rääkis minuga. Esimese asjana ütles ta: „Räägi mulle variatsioonarvutusest.“ Ja esimese asjana ütlesin talle: „Variatsioonarvutus ei tee seda teie jaoks!“ Just sellist head nõu saab ekspert algajale anda: Ei, see pole õige asi, mida proovite teha! See oli pika sõpruse algus Cliff Taubesiga.

Jackson: Te ütlesite, et kui saite teada kalibratsiooniteooriast, esitasite analüüsi kohta „ilmse küsimuse“. Kas saaksite mulle sellest küsimusest rääkida?

Uhlenbeck: Mäletan, et küsisin inimestelt, mis on kalibratsiooniteooria. Vastus oli, et Abeli kihtkonna puhul on see vaid Hodge'i teooria erijuhtum. Seostused on määratud ainult teatud vabadusega, mida teil on lubatud muuta. See sarnaneb paljuski muutkonna definitsiooniga. Muutkonnal on ümbrused ja te määrate, kuidas ühelt ümbruselt teisele liikuda. Üldrelatiivsusteoorias on teil tohutu

vabadus, kuidas meetrikat üles kirjutada. Kirjutate selle erinevatel koordinaatsüsteemidel üles ja teisendate ühe teiseks. See teisendus on keerulisem kui kalibratsiooniteooria puhul. Seega pole kahtlust, et kalibratsiooniteooria on lihtsam probleem kui üldrelatiivsusteooria ja võrrandid Riemanni muutkondade jaoks.

Alguses mõtlesid geomeetrid nendele probleemidele kalibratsiooniteoorias, kuid PDE-s töötavad inimesed ei mõelnud neist lihtsalt kui osatuletistega diferentsiaalvõrrandite aspektidest. Siis tuli lahendus Calabi hüpoteesile, kus esitati küsimus, kas õige topoloogilise tingimusega muutkonnal võib olla meetriline tingimus, millega seda siduda. Selle lahendas Yau 1977. aastal. Aeglaselt saadi aru tõsiasiast, et muutkondadel olid osatuletistega diferentsiaalvõrrandid, mida tegelikult suudeti lahendada.

Muutkond on hunnik punkte ja teil on koordinaadid, kuid saate neid muuta. Nii et kui muutkonnal on osatuletistega diferentsiaalvõrrand, peate mõistma, kuidas seda saab ühest koordinaadistikust teise liigutada. Eells ja Sampsoni tööd peetakse alati üheks põhiliseks läbimurdeks, sest nad lahendasid tegelikult geomeetrilise võrrandi muutkonnal, aga nad ei kasutanud koordinaate. Nad uurisid soojusjuhtivuse võrrandit, mis on väga sarnane elliptiliste võrranditega, mida me kõik õppisime kasutama, kuid nende uurimus oli lihtsalt uus matemaatikaidee, mida saate teha. Toimus tohutu muutus arusaamises, mis on geomeetria. Ja seda julgustas kindlasti asjaolu, et füüsikud esitasid küsimusi, mis vajavad matemaatilisi lahendusi.

Jackson: Mainisite IAS-i erilist geomeetria-aastat, mille korraldas S.-T. Yau. Ta oli sel ajal teie jaoks oluline kuju.

Uhlenbeck: Võin öelda, et ta imetles minu matemaatikat. Ta sai aru, mida ma tegin, ja arvas ausalt, et olen hea matemaatik. Teised matemaatikud olid mind kuidagi isalikult julgustanud, kuid Yau oli teistsugune. Tunnen, et võlgnen talle palju, sest ta tekitas minus tõelise matemaatiku tunde. Muidugi oli ta selleks ajaks produtseerinud rea fantastilisi artikleid, milles kõigis olid uued ideed. Tundsin, et ta on fantastiline matemaatik.

Jackson: Nii et kui ta arvas, et te olete tubli, tähendas see teile

palju.

Uhlenbeck: Jah, see tähendas mulle palju. See ei olnud julgustatud ainult seetõttu, et olin taiplik. Kuidas kalibratsiooniteooria mõne aasta jooksul matemaatikas edukaks muutus? Põhilised matemaatilised koostisosad olid paigas (vektorkihtkond, seostused, Cherni-Weili teooria, De Rhami kohomoloogia, Hodge'i teooria). Tagantjärele ootasid Yangi-Millsi võrrandid avastamist. Kuid matemaatikud ei olnud iseenesest võimelised neid looma. Kalibratsiooniteooria on lapsendatud laps.

Jackson: Teie töö kalibratsiooniteoorias pani analüütilise aluse paljudele järgnevatele arengutele, sealhulgas Donaldsoni tööle.

Uhlenbeck: See on õige. Väikeses ümbruses saate sageli valida kalibratsiooni, mis on kihtkonna koordinaatide valik ja milles asjad toimivad väga hästi. PDE vaatevinklist oli selge, et peate kehtestama lisavõrrandi ja saate tõese võrrandi, kui valite õiged koordinaadid. Probleem, mille juures ma pikka aega vaevlesin, oli see, et kui on kitsendus seostuse kõverusele, siis peaksite selle siduma seostuse kitsendusega mingites koordinaatides. Artikkel [4], milles ma näitasin, kuidas seda teha, on endiselt üks minu mõjukamaid töid. Tegelikult pole see raske artikkel, kuid idee peale oli väga raske tulla. Läks mitu aastat, kuni välja mõtlesin, kuidas tõestada, et see vastab tõele.

Jackson: Kuidas te sellele ideele tulite?

Uhlenbeck: Põrutasin lihtsalt peaga vastu seinat. Ma arvan, et seda võis ebamääraselt mõjutada Calabi hüpoteesi Yau lahendus. Mina oma lahenduses seadsin tingimuse kõverusele ja näitasin, et seostuste ruum, mille kõverusel on tõkked, on teatud suurusega; see on nii lahtine kui ka kinnine. PDE teoorias tuntakse seda kui pidevuse meetodit. See tähendab, et proovite lahendada võrrandit, mis on seotud topoloogiaga, ning tõestate, et lahendite ruum on üheaegselt lahtine ja kinnine arvestades teisi tingimusi.

Pidevuse meetodit võiks pidada mittelineaarse analüüsi kõige elementaarsemaks tehnikaks ja see on tõenäoliselt üks väärtuslikumaid. See on omamoodi lõbus, sest mittelineaarsel analüüsil on

kõik need ulmelised asjad nagu Atiyah'-Singeri indeksteoreem, kogu see väljamõeldud topoloogia, kõik need väljamõeldud püsipunkti teoreemid. Kuid tegelikult peaksite esimese asjana õppima pidevuse meetodit, see tähendab, et lahendite ruum on nii lahtine kui ka kinnine.

Jackson: See on midagi, mis on kontseptuaalselt lihtne.

Uhlenbeck: See on probleemi lahendamiseks nii lihtne, et sellest mindi mööda.

Jackson: See oli üks artiklitest, mille eest saite 2007. aasta Steele'i preemia. Mis olid teised?

Uhlenbeck: Üks oli kõrvaldatavate singulaarsuste kohta, vt [3]. See oli huvitav küsimus, mis sai alguse füüsikutest. Nad kirjutasid Yangi-Millsi võrrandite lahendid üles ruumis R^4 ja suutsid näidata, et neid saab jätkata lõpmatusse. Neid võrrandeid nimetatakse konformselt invariantseteks. See tähendab, et kui võtate ruumis R^4 lahendi ja teete koordinaatide konformse teisenduse, mis põhimõtteliselt tähendab, et võtate neljas mõõtmes x asemele väärtuse $1/x$, siis on võrrandid endiselt rahuldatud. Küsimus, kas iga kord, kui kirjutate võrrandi ruumis R^4 , saab jätkata lõpmatusse, oli tegelikult seisnud üsna mitu aastat.

Jackson: Ja see oli küsimus, mille te selles artiklis lahendasite.

Uhlenbeck: Õigus. Ma tean nüüd täiesti triviaalseid tõestusi. Olen tundma õppinud aparatuuri, mis muudab selle tõestuse palju lihtsamaks.

Jackson: Kas „Uhlenbecki kompaktsus“ on osa neist kahest artiklist?

Uhlenbeck: Jah. Uhlenbecki kompaktsust on kõige lihtsam kirjeldada mõõtmetes kaks ja kolm. Sel juhul saame seda mõistet kirjeldada järgmiselt: kui kõveruse ruudu integraal on tõkestatud, siis saab konstrueerida nõrgalt koonduva alamjada. Üldistatud funktsioonide teoorias on enam-vähem tautoloogia, et kui funktsioonide normid on tõkestatud, siis saab konstrueerida nõrgalt koonduva jada. Kuid kui töötate kalibratsiooniteoorias, peate kalibratsiooni fikseerima, seepärast koondumist pole nii lihtne näidata. See on kõige olulisem

neljamõõtmeliste võrrandite lahendite jaoks, ehkki seda kasutatakse sageli ka muudes olukordades. Teil on neljamõõtmelise võrrandi lahendid ja kui kõverus on mingis ümbruses piisavalt väike, saate konstrueerida koonduva alamjada. Siis on üks loendamisargument, mis näitab, et kui teil on funktsionaal, nagu Yangi-Millsi neljamõõtmeline funktsionaal, ja kui teil on tõkestatud lahendid, siis tegelikult see alamjada koondub, välja arvatud lõplikus arvus punktides.

See oli osa minimaalpindade probleemi lahendusest. See tähendab, et teil on häiritus ja vaatate lahendite piirväärtusi, ning need koonduvad, välja arvatud lõplikus arvus punktides. Nende punktide ümbruses toimub lahendite järsk muutus, see on nähtus, mis juhtub nii Yangi-Millsi väljadel kui ka minimaalpindadel. Sellist asja kasutatakse praegu PDE-s üsna palju.

Kompaktsuse teoreem on seotud olukorraga, kus vaatate osatuletistega diferentsiaalvõrrandi lahendit ja peate midagi teadma, millal lahend võib olemas olla. Ja peate teadma, et lahendite ruum on kompaktne ja määratletava rajaga. Minu osa Donaldsoni teoreemist oli tõestada, et ruum on kompaktne ja tekib teatud tüüpi raja. Siis tõestas Cliff Taubes, et selline raja on tõesti olemas. Minu jaoks on kõige üllatavam, et selline geomeetriliste invariantide konstrueerimise tehnika on praegu nii üldlevinud. See oli täiesti uus. See „uuenduslikkuse“ perspektiiv piirab vanemaid matemaatikuid. Nooremad matemaatikud aktsepteerivad seda kui „hästi tuntud“ ja kasutavad neid tehnikaid enesekindlamalt.

Jackson: Mida te arvasite, kui kuulsite sellest, mida Simon Donaldson [s 1957, Fieldsi medal 1986, Donaldsoni-Uhlenbecki-Yau teoreem 1986] oli teinud oma doktoritöös?

Uhlenbeck: See oli täiesti uskumatu asi. Ta oli kraadiõppur ja kui ta oleks olnud kõrgemalt haritud, poleks ta ilmselt kunagi arvanud, et midagi sellist saab teha! Mulle avaldas see suurt muljet. Arvestades kasutatud aparatuuri, polnud see minu ega ka selles valdkonnas töötanud Taubesi suguste inimeste jaoks liiga raske teoreem. Kuid selle kokku panemine ja tegeliku tulemuse saavutamine oli hämmastav. Ma ei oska isegi soovida, et oleksin võinud seda teha, sest see oli nii väljaspool minu mõtlemisviisi.

Jackson: Teie ja Mike Freedman korraldasite MSRI-s [Mathematical Sciences Research Institute, Berkeley] semestri pikkuse programmi, et uurida, mida Donaldson oli teinud.

Uhlenbeck: Jah. Kohtusin sel aastal Dan Freediga. Ta tegi palju korraldustööd ja oli väga oluline loengute konspekterimisel. Sellest ajast peale oleme sõbrad. Seminarile tulid inimesed kogu semestri vältel. Mõnes mõttes muutus teema semestri edenedes lihtsamaks, sest probleemiks oli osavõtjate eeldused analüüsis ja topoloogias. Tegelik tõestus ise, kui kõik tükid olid kokku pandud, on väga elegantne. Nii et küsimus polnud materjali järjest raskemaks muutumises. Inimesi, kes said aru kogu tehnikast, oli väga vähe, sest sa pidid teadma analüüsi ja teadma topoloogiat.

Sain Donaldsoni tõestusest kohe aru. Ainus probleem, mis mul tekkis, oli see, et ma ei teadnud, kuidas tõestada tema ehitatud lahendite ruumi orienteeritust. MSRI ajal sain teada, kuidas mooduliruumi orienteerida viisil, mis mulle väga meeldis! Selgub, et on olemas kanooniline viis võrrandite lahendiga antud ruumi orienteerimiseks, mis võimaldab lõplikumõttmeliselt juhult liikuda lõpmatu mõõtmeni.

Jackson: Oli 1982. aasta ja te töötasite endiselt Illinoisi Ülikoolis Chicagos. Pärast MSRI-d veetsite selle aasta teise semestri Harvardis.

Uhlenbeck: Jah. Selle aja jooksul sain Cliff Taubesega päris hästi tuttavaks. Ma nautisin seda. Ma polnud kunagi varem saanud võimalust õpetada kraadiõppe kursusi. Mul oli raske ja veetsin palju tunde loengute ettevalmistamiseks.

Jackson: Illinoisi Ülikoolis Chicagos ei õpetanud te kraadiõppe kursusi?

Uhlenbeck: Õigus. Ma ei tahtnud. Sellise topoloogia ja analüüsi jaoks, mida mina tegin, polnud publikut. Ja ma pole kunagi olnud selline, kes tahaks loenguid pidada, eriti neile, kes aru ei saa, millest ma räägin.

Jackson: Kas see oli osa põhjusest, miks läksite 1983. aastal Chicago Ülikooli?

Uhlenbeck: Jah, läksin Chicago Ülikooli, sest tahtsin doktoriõppe üliõpilasi. Ja see oli suurepärane. Sain päris mitu head doktorandi üsna kohe. Ka minu palk tõsis palju! Kuid see polnud peamine põhjus.

Jackson: Kuid te ei viibinud Chicagos kaua.

Uhlenbeck: Ei. Seal tööl käimine oli palju raskem. Elasin Evanstonis. Minu abikaasa [Robert Williams] oli Northwesterni professor. Mul oli olnud rohkem inimesi Illinoisi Ülikoolis Chicagos, kellega rääkida. Ma polnud kunagi varem olnud sellises kohas nagu Chicago Ülikool. See on väga elitaarne koht. Kõik mõtlesid endast väga hästi. Tundsime suurt survet, võib-olla esimest korda. Kraadiõppurid, eriti naisüliõpilased, nägid seal palju vaeva.

S.-T. Yau oli sel ajal Princetoni IAS-is. Tema naisel oli töökoht San Diego ja ta ei tahtnud elada New Jerseys. Nii kavandas Yau suure projekti geomeetriaühma moodustamiseks San Diego. Ta kaasas palju inimesi, sealhulgas minu, Rick Schoeni, Richard Hamiltoni ja Leon Simoni. Veetsin talve San Diego. Mäed olid lähedal, saime suusatada. Läksin surfitundidesse, ehkki olin sel ajal peaaegu 40-aastane! Olin täielikult valmis kolima San Diego. Ja siis lagunes kõik laiali. Võib-olla pidi see kindlasti lagunema. Ei olnud selge, kas kõik San Diego olid selle inimeste sissevoolu üle õnnelikud. See oli umbes 1986. aastal.

Jackson: Kas Mike Freedman oli ka minemas San Diego?

Uhlenbeck: Ta oli juba seal. Richard Hamilton oli ka juba seal ja viibis seal paar aastat. Kuid asi on selles, et olin enam-vähem nõustunud Chicagost lahkuma. Ma polnud midagi allkirjastanud, kuid mul oli mõte lahkuda. Minek Texase Ülikooli oli selle kiiluvees. Sel ajal proovis Texas kõiki suuri aktsioone. Umbes sel ajal veetsid Dennis Sullivan ja S.-T. Yau semestrid Texase Ülikoolis. Nad kutsusid kohutavalt palju inimesi külla ja tegid selle üle suurt kära. Küllap tõmbas mind see muutus. Mu abikaasa kasvas üles Austinis ja tal oli seal pere. See polnud just põhjus, kuid kindlasti oli see positiivne, et paljud teised inimesed ei pidanud sinna minema. See tundus olema seiklus. Steve Weinbergi ja Harry Swinney kohalolek

füüsikas ja Cameron Gordoni matemaatikas oli atraktiivne nii mulle kui ka mu abikaasale.

Ja mulle tõesti ei meeldinud Chicagos pendeldamine. Kui olin Illinoisi Ülikoolis Chicagos, kulus mul päevas tund jalutuskäigule rongijaama ja tagasi ning sain töötada rongis. Kuid Chicago Ülikooli minnes oli küsimus autosõidus. Ma oleksin sinna jäänud, kui oleksin saanud kõik oma pendeldamised ära teha hommikul, aga see hilisõhtune pendeldamine, eriti keset talve, oli halb. Mulle meeldib õues olla. Ma ei tahtnud Hyde Parkis elada. Meil oli Evanstonis suurepärane suur hoov. Samuti lahkusid kaks Chicago Ülikooli õppejõudu, Peter Jones ja Jerry Bona, kellega olin sõbrustanud. See mõjutas mind kindlasti. Nad ei olnud minu alal, kuid piisavalt lähedal, et saime rääkida.

Jackson: Kuidas te huvitusite integreeruvatest süsteemidest?

Uhlenbeck: See on väga otsene, sest integreeruvatel süsteemidel on oluline osa füüsika konformses väljateoorias. Õppisin küll üsna palju integreeruvate süsteemide kohta ja töötasin selles valdkonnas, minu motivatsioon oli füüsikas asjadest aru saada, aga see huvi ei paisunud eriti. See ei tähenda, et mulle ei meeldinud selle kallal töötada. Minu sõber Chuu-Lian Terng ja mina oleme kirjutanud mõned toredad tööd integreeruvate süsteemide kohta. Ta on abielus minu doktoritöö juhendajaga, nii et ma tunnen teda pikka aega. Kuigi ta on Taiwanist pärit ja seal üles kasvanud, on meil palju ühiseid huvisid ja kogemusi. Oleme koos töötanud juba mitu aastat. Meie koostöö on osaliselt seotud ka programmiga „Naised matemaatikas“.

1990. aastatest alates olen tegeleenud paljude mittematemaatiliste asjadega. Olin üks vähestest inimestest, kes asutas Park City Matemaatika Instituudi (PCMI). Dan Freed ja mina olime muutunud sõpradeks ning ta kolis Texasesse. Ta oli noor ja energiline ning soovis kõigis nendes asjades kaasa lüüa. Nii kutsus ta meid üles siduma end PCMI-ga.

PCMI kaudu sattusin tegelema naisküsimusega. Ma polnud kunagi varem sellega seotud olnud, sest mind ei huvitanud poliitika. Kuid mingil hetkel mõtlesin: siin ma olen, 40-ndates eluaastates,

edukas – kus on kõik naised? Meie naismatemaatikud, arvasime, et jah, on olnud veidi keeruline, inimesed polnud meie vastu eriti sõbralikud, kuid asjad muutuvad. Kuid 1990. aastate alguses olid paljud, umbes minu põlvkonna naised, sel hetkel viimased oma osakonda palgatud naised. Me ei näinud suurt hulka naisi, kes meile järele tuleksid. Tundsin, et võlgnen oma edu eest midagi. Niisiis hakkasime Chuu-Lian Terngiga koos töötama integreeruvate süsteemide kallal ning samuti alustasime tööd programmis „Naised matemaatikas“. See oli algselt seotud PCMI-ga ja hiljem võttis IAS selle enda kanda ja toetas seda. Chuu-Lian ja mina tegime matemaatikat ja ühtlasi korraldasime nimetatud programmi.

Jackson: On nii tore mõlemat teha.

Uhlenbeck: Jah! Mind ajendas üks matemaatika saladusi minu jaoks, et miks KdV [Kortewegi-De Vriesi (KdV) võrrand on madalal veepinnal paiknevate lainete matemaatiline mudel] kerkib üles kõikjal, igasuguste geomeetriliste ja füüsikaliste probleemide korral.

Jackson: Kas teil on aimdusi, miks see nii on?

Uhlenbeck: Tegelikult mitte. Ainus arvamus, mis mul on, on see, et see kirjeldab mingit loomulikku konstruktsiooni lõpmatumõõtmelisel tooril. Nii et see ilmub paljudes kohtades, kus teil on lõpmatu arv kommuteeruvaid muutujaid, mis on kuidagi toori struktuuriga seotud. Teine võimalus on, et kui see on olemas matemaatilise mudelina, siis selgitab see teatud aja jooksul arvutustes ilmnevaid mustreid. Kui mudel muutub ebapiisavaks, leitakse või töötatakse välja uued mudelid, mis on kasulikumad. Kunagi ei tohiks unustada, et matemaatika erineb sellest, mida modelleeritakse.

Jackson: Kas saaksite rääkida oma tööst Chuu-Lianiga integreeruvate süsteemide alal?

Uhlenbeck: Jõudsime teatud arusaamani sellest, mis on osakeste hajumisteooria [scattering theory] ja pöördhajumisteooria erinevat tüüpi geomeetriliste PDE-de jaoks, näiteks KdV, sine-Gordon jne. Avastasime, et enamiku konstruktsioonide taga oli tegelikult Riemanni-Hilberti probleem, mitte ainult palju keerulisi valemuid.

Jõudsime definitsioonideni, mis meile geomeetriliselt meeldisid, näiteks Virasoro algebrad [teatud kompleksne Lie' algebra] ja funktsioonid. Nii et komplekssete maatriksfunktsioonide faktoriseerimisega võiksite motiveerida paljusid kirjanduses leiduvaid konstruktsioone.

Chuu-Lian on tõesti klassikaline geomeeter, mitte PDE spetsialist, nii et ta teab palju geomeetriliste pindade ja geomeetriliste muutkondade konstruktsioonidest, mida teatud võrrandid kirjeldavad. Mind ajendas see, et need ilmuvad kvantväljateooriates. Need kaks vaatenurka aitasid meie uurimistööd.

Jackson: Kas on mõni matemaatika valdkond, mille kohta te arvate: „Ma oleksin tahtnud selles töötada“?

Uhlenbeck: Algebraline geomeetria. Kui olin üliõpilane Brandeisis, oli seal õpetatav algebraline geomeetria abstraktne. Minu põlvkond ütles, et on kahte liiki algebralisi geomeetreid: need, kes õppisid seda Hartshorne'ilt [Algebraic geometry by Robin Hartshorne, Springer-Verlag, 1977], ning need, kes õppisid seda Griffithsilt ja Harriselt [Principles of algebraic geometry by Phillip Griffiths and Joseph Harris, John Wiley and Sons, 1978]. Minu võimalus oli Hartshorne'i variant, mille mõttekus jäi mulle ebaselgeks. Samas Griffithsi ja Harris'e lähenemisviisis on kõik need suurepärased näited ruumidest. Kui peaksin seda uuesti tegema, pühenduksin kindlasti algebralise geomeetria õppimisele.

Jackson: Mis täpselt meeldib teile algebralise geomeetria juures?

Uhlenbeck: Tekkivad huvitavad geomeetrilised struktuurid.

Jackson: Kas te mõtlete geomeetriliselt?

Uhlenbeck: Jah ja ei. Minu mõtlemine on väga konkreetne, see tähendab, et alati, kui töötan mõne probleemi kallal, teen alati selle ümber lapsikuid arvutusi, et näha, mis juhtuma hakkab. Ma ei mõtle kohutavalt abstraktselt. Ma mõtlen palju näidete kaupa, leides lihtsaid konstruktsioone, mis modelleerivad keerulisi nähtusi. Olen valmis õppima keerulisi asju, kuid mulle meeldib end motiveerida millegagi, millest saan aru ja mis on põhimõtteliselt väga lihtne. Samuti töötan palju võrratustega. Ma ei pane võrratuse

igale liikmele nime, kuid mõtlen neist kuidagi nagu indiviididest. Pärast seda, kui olete mõnda aega selle kallal töötanud, on nad väga isiklikud. Nad on teie head sõbrad.

© 2018 Allyn Jackson

5 Karen Keskulla Uhlenbecki keskmisest nimest

Vastuses Jacksoni intervjuu teisele küsimusele on lause: „Me ei ole ajalugu hoidev perekond.“ See tähendab, et Uhlenbeck ei tea oma Riias sündinud eestlasest vanaisast, kellelt ta sai oma neiupõlvenime, praktiliselt midagi. Kesküla/Keskküla on kaunis levinud perenimi, aga Geni põhjal ei sobinud ükski leitud isikutest Uhlenbecki vanaisaks.

Andmebaasis *Myheritage* [5] kirjutatakse (tõlgitult):

Arnold Edward Keskulla sündis 21. septembril 1911. Arnold elas Santa Fe's, New Mexico 87505, USA. Arnold suri 8. märtsil 2003 vanuses 91 aastat. Arnold Keskulla abiellus Carolyn Elizabeth Keskullaga. Neil oli üks tütar: Karen Uhlenbeck.

Siit nähtub, kui ebatäpsed või isegi vastuolulised on erinevad andmebaasid:

Karenil olid vend ja kaks õde. Ühes Wikipedia artiklis on antud Kareni ema nimeks Carolyn Windeler Keskulla. Kuna Uhlenbeck kirjutas erakirjas, et tema isapoolne vanaema oli sakslane perenimega Dressler, siis sama andmebaasi põhjal võiks Kareni vanaemaks sobida üks kahest alljärgnevast, aga see muidugi ainult oletus.

Antonette Dorothy Dressler from tree Simoes/Ecke/Marino Birth 1885 New York, USA.

Antonette Keskulla from tree Sutherland Family Tree Birth 1884 Germany.

Pigem siis teine nimi, sest Uhlenbecki arvates oli tema isapoolne vanaema sündinud Saksamaal.

6 Lõpetuseks

Artikli materjali valis internetist ja tegi esimese (toor)tõlke Andi Kivinuuk (Tallinna Ülikool). Kalle Kaarli ja Piret Kuusk Tartu Ülikoolist täpsustasid tõlget ja toimetasid teksti, seejuures Piret Kuusk andis nõu matemaatika/füüsika terminoloogia osas.

Kirjandus

1. <https://www.forbes.com/sites/rachelcrowell/2019/03/20/karen-uhlenbeck-becomes-first-woman-to-win-abel-prize-for-mathematics/?sh=530dc13a21d1>
2. https://celebratio.org/Uhlenbeck_K/article/634/
3. Karen K. Uhlenbeck, Removable singularities in Yang-Mills fields. *Comm. Math. Phys.* **83** (1982), no 1, 11–29.
4. Karen K. Uhlenbeck, Connections with L_p bounds on curvature. *Comm. Math. Phys.* **83** (1982), no. 1, 31–42.
5. https://www.myheritage.com/names/arnold_keskulla?lang=RU
6. <https://www.quantamagazine.org/karen-uhlenbeck-uniter-of-geometry-and-analysis-wins-abel-prize-20190319/>