

Mittelineaarsed juhtimissüsteemid

ÜLLE KOTTA

Tallinna Tehnikaülikool

2018. aastal omistati mulle Eesti Vabariigi täppisteaduste valdkonna aastapreemia aastatel 2014–2017 avaldatud tööde tsükli *Algebralised meetodid matemaatilises juhtimisteoorias* eest. Lühitulevaste teadustulemustest, mille eest preemia omistati, andsin artiklis [7]. EMS aastaraamatu koostajate palvel keskendun käesolevas kirjutises rohkem algebralisele aparatuurile, mille väljatöötamine võimaldas hilisematel aastatel lahendada pikalt lahendamata olnud mittelineaarse juhtimisteooria probleeme, üldistada olemasolevaid tulemusi uutele keerulisematele süsteemide klassidele ning anda tugev vundament terviklikule algebralise juhtimisteooria harule, mis põhineb diferentsiaalvormide kasutamisel. Olen püüdnud koos kaasautoritega muuta teooriat sidusamaks ja universaalsemaks. Sellist laadi uurimistöö pole tänapäeval (kui põhirõhk on rakendustel) ehk eriti atraktiivne. Teooria lihtsustamine, kompaktsemaks muutmine, uute seoste leidmine olemasolevate tulemuste vahel ei kõneta neid, kes otsivad artiklitest uusi efektiivseid algoritme, mis oleksid praktikas kasutatavad süsteemi juhtimiseks. Nende jaoks tunduvad sellised tulemused matemaatilise mänguna, millel puudub suurem mõte. Aasta-aastalt on sellist tüüpi artikleid tippajakirjades üha raskem publitseerida. Siiski, kui on tegemist heade tulemustega ja õnnestub näidata, mida nad pakuvad nn reaalelulistele ülesannetele, võetakse artiklid ikka vastu. Samas, aja nõuetele reageerides oleme oma töörühmas viimastel aastatel üha rohkem keskendunud ka rakenduslikele ülesannetele. Seetõttu puudutan käesolevas kirjatükis ka raskusi, mis tekivad matemaatikul rakenduste maailma sukeldudes. Lõpuks kirjeldan lühidalt probleeme, millega matemaatiline juhtimisteooria tänapäeval vastamisi seisab.

Taustast. Juhtimissüsteem on vabade parameetritega (sisendite ehk juhttoimetega) dünaamiline süsteem, mille käitumine ja

omadused on mõjutatud sisendite poolt. Juhtida mingit objekti tähendab mõjutada tema käitumist soovitud suunas. Süsteemi võib juhtida avatud või suletud ahelas ehk tagasiside abil. Viimane võtab kontrolleri arvesse erinevuse juhitava suuruse soovitud ja tegeliku väärtuse vahel. On oluline mõista, et tagasiside muudab süsteemi kirjeldavate võrrandite struktuuri, mitte ainult võrrandite parameetreid. Automaatjuhtimine eraldiseisva distsipliinina on minuga umbes üheeaeline. Selle eriharu – matemaatiline juhtimisteooria – leidis tunnustust rakendusmatemaatika valdkonnana eelmise sajandi 60-ndatel aastatel. Selleks ajaks olid loodud lineaarsete juhtimissüsteemide teooria kaasaegsed alused, mis põhinesid olekumudelitel, ja optimaaljuhtimises leidsid kasutust Pontrjagini printsiipi ja dünaamiline programmeerimine. Ajal, kui mina hakkasin uurimistööd tegema, oli see valdkond kiirelt arenemas ja tõmbas ligi palju andekaid teadlasi. Sattusin valdkonda siiski puhtjuhuslikult, otsides võimalikku kandidaaditöö juhendajat. ÜLO JAAKSOO oli just olnud stažeerimas Rootsis tugeva tööühma juures ja tõi sealt minu jaoks kaasa väga aktuaalse uuritava probleemi. Juhtimisteooria on välja töötanud suurel hulgal üldisi meetodeid erinevate juhtimisülesannete klasside lahendamiseks nagu näiteks optimeerimine, stabiliseerimine, häiringute kompenseerimine, juhitava muutuja liikumine mööda etteantud trajektoori jms. Kõik matemaatilises juhtimisteoorias väljatöötatud meetodid põhinevad rangetel tõestustel nagu muudiski matemaatika harudes. Paljud tulemused on edukalt rakendust leidnud. Samas, matemaatiline juhtimisteooria pole üksnes vahetuks rakendamiseks, vaid aitab ka mõista juhtimissüsteemide käitumist mõjutavaid tegureid ning põhimõttelisi piiranguid. Juhtimisteooria kuldajastul võitis automaatjuhtimine tugevatest sidemetest matemaatikaga. Et teooria oli tehnoloogiast ees (tehnoloogia polnud veel küps tulemuste rakendamiseks), puudus pidev tagasiside teooriat testivatest rakendustest. Teooriate puudused avastati alles hiljem neid rakendada püüdes. Praegu on pendel pigem vastassuunda liikunud – liiga palju on uurimusi, mis käsitlevad üksikut rakendust ja liiga vähe alusuuringuid. Põhjus on teaduse rahastusmudelites. Tulemuseks on valdkonna fragmen-

teeritus. Matemaatiline juhtimisteooria eeldab juhtimisobjekti mudeli (täpset või ligikaudset) teadmist, aga tänapäeva keerulistes süsteemides, kus mudel reeglina puudub, on rõhuasetus mujale liikunud. Juhtimisvaldkond panustab nüüd rohkem koostööle info- ja kommunikatsioonitehnoloogiaga.

Diferentsiaalvormidel põhinev algebraline lähenemine.

Meie töörühma uurimisvaldkond on mittelineaarsed juhtimissüsteemid. Teadupärast tekib vajadus mittelineaarsete mudelite järele siis, kui süsteemid peavad toimima kaugel tasakaaluolekust (stabiilsest püsipunktist). Siis ei piisa lineaarsest teooriast. Oleme uurimistöös kasutanud valdavalt diferentsiaalvormidel põhinevat algebralist aparatuuri (vt ka [2]). Seemned selleks aparatuuriks sai külvatud 1993. aasta sügisel koos CLAUDE MOOGI ja tema tollase doktorandi EDUARDO ARANDA-BRICAIRE'GA, kui töötasin mitu kuud Prantsusmaal Nantes's [1]. Meetod põhineb süsteemi nn globaalset lineariseeritud esitusel, mis on duaalne diferentsiaalgeomeetrilisele lähenemisele. Loomulikult oldi ka varem diferentsiaalvormidel põhinevat globaalset lineariseeritud esitust kasutatud, aga puudus üldine aparaat mittelineaarsete diskreetaja süsteemide jaoks, mis osutus pidevast juhust keerulisemaks. Nimelt, iga juhtimissüsteem defineerib diferentskorpuse (diskreetaja süsteemide korral) või diferentsiaalkorpuse (pidevate süsteemide korral). Kui pideval juhul piisab diferentsiaalkorpuse konstrueerimiseks tuletise operaatorist, siis diskreetsel juhul tekib vajadus nii edasinihke kui ka tagasinihke operaatorite järele. Tagasinihke operaator pole aga alati konstrueeritav. Tuleb sisse tuua süsteemi submersiivsuse nõue. Aja jooksul oleme aparatuuri täiustanud, aga ka üldistanud teistsugustele süsteemide klassidele, nagu ajas hilistuvad süsteemid ja ajaskaaladel defineeritud süsteemid, mis üldistavad nii pideva kui diskreetaja süsteeme. Ühildamine on olnud meile tähtis eesmärk. See tähendab, et erinevatesse klassidesse kuuluvaid süsteeme (näiteks pidevad/diskreetsed, siledad/mittesiledad, regulaarselt ja ebaregulaarselt diskretiseeritud) on võimalik uurida ja iseloomustada samade meetodite ja teoreemide abil. Ühildamisel oleme kasutanud erinevaid algebra-

lisi struktuure, nagu mittekommutatiiivsete polünoomide teooriat, pseudo-lineaaralgebrat, vektorruume üle diferentskorpuse, võrede teooriat ja analüüsi ajaskaaladel. Ühildamine vähendab valdkonna fragmenteeritust ja lihtsustab tarkvara loomist (kompaktsem/läbi-paistvam tarkvara). Ühildamine võimaldab esitada tulemusi selliselt, et näiteks pidevate ja diskreetsete süsteemide jaoks saadud tulemused järelduvad üldisest kui erijuhud. Ühildamine pakub ka platvormi eri klassidesse kuuluvate süsteemide erinevuste avastamiseks ning nende süvapõhjuste selgitamiseks. Näiteks, üllatuslikult ei ole diskreetaja süsteeme alati võimalik dekomponeerida vaadeldavaks ja mittevaadeldavaks alamsüsteemiks, mis on suureks takistuseks süsteemi olekute hindamisel ja olekutagasiside konstrueerimisel [6]. Oleme siiski leidnud kaks laia süsteemide alamklassi, kus dekompositsioon on alati võimalik [4, 5].

Meetodi kaks kõige tähtsamat iseloomulikku omadust on järgmised. Esiteks, meetodika ei põhine otseselt süsteemi kirjeldavatel mittelineaarsetel võrranditel, vaid nende diferentsiaalidel. See tähendab, et töötatakse diferentsiaalvormide vektorruumidega, mis on defineeritud üle meromorfsete funktsioonide diferentskorpuse. Seetõttu on arvutused kuni integreerimiseni (ehk tagasi võrrandite juurde pöördumiseni) sarnased lineaarse juhuga. Lähenemise pluss on selles, et teoreetilised tulemused (teoreemide formuleeringud, algoritmid jms) on kontseptuaalselt väga sarnased lineaarsest teooriast teadaolevatega ja seega inseneridele intuiitiivselt hoomatavamad. Teoreemide tõestused ja arvutused on siiski erinevad. Kui lineaarsel juhul on vektorruumi kordajad reaalarvud, siis nüüd meromorfsete funktsioonid süsteemide sõltumatutest muutujatest ning nende edasi- ja tagasinihetest. Lühidalt, kui lineaarsel juhul on diferentsiaalide vektorruumid defineeritud üle reaalarvude korpuse, siis mittelineaarset juhul üle meromorfsete funktsioonide diferentskorpuse. Teiseks, meetodit kasutatakse juhtimissüsteemide niisuguste omaduste uurimiseks, mis kehtivad vastava piirkonna peaaegu igas punktis. Esimene omadus tähendab, et lahendused leitakse 1-vormide kaudu, misjärel 1-vormide integreerimine võimaldab lahendused esitada funktsioonide abil. Loomulikult pole iga 1-

vorm eksaktne või 1-vormide vektorruum esitatav eksaktse baasi abil, mistõttu lisanduvad ülesannete lahenduvustingimustele *peaaegu alati* teatud integreeruvustingimused. Mõnel harval juhul õnnestub tõestada, et integreeruvustingimused on alati täidetud. Teise iseloomuliku omaduse tähtsus seisneb selles, et see võimaldab esitada lahendused kompaktsemalt ja selgemalt, sest ei teki vajadust täpsustada punkti, mille ümbruses lokaalselt töötatakse, ega antud punkti ümbrust.

Väljatöötatud raamistik pakub suurt hulka matemaatilisi tööriistu ja süstemaatilist moodust käsitleda väga erinevaid juhtimisülesandeid ühisest vaatepunktist. Antud raamistiku peale on ehitatud veel mittekommutatiiivsete polünoomide teoorial põhinev teine korrus. Selles lähenemises interpreteeritakse polünoomi muutujat kui tuletis- või nihkeoperaatorit vastavalt siis pideval või diskreetisel juhul. Õnnestus näidata, et mittekommutatiiivsete polünoomide ring, mis vastab juhtimissüsteemile, on Ore ring juhul kui süsteemi defineeritud edasinihke operaator on automorfism. Paljud arvutused taanduvad nii arvutustele Ore ringi polünoomidega. Meetodi abil on lahendatud väga erinevaid juhtimissüsteemide struktuurse sünteesi ülesandeid ning uuritud süsteemide fundamentaalseid omadusi, aga leitud ka süsteeme kirjeldavate esituste omavahelisi seoseid.

Tavapäraselt mõistetakse juhtimissüsteemi (mudeli) all diferentsiaal- või diferentsvõrrandeid, sest oluline on süsteemi käitumine ajas. Selline lähenemine on mõnevõrra kitsendav, sest süsteemi on võimalik kirjeldada erinevate, aga ekvivalentsete võrrandite abil. Meie poolt viljeldud algebralises lähenemises seatakse diferentsvõrranditele vastavusse mingi algebraline struktuur (näiteks diferentskorpus, mittekommutatiiivsete polünoomide ring, võre jms) ja lahenduvuse tingimused esitatakse selle struktuuri abil. Nii on võimalik leida lahenduvuse tingimusi, mis ei sõltu kasutatud koordinaatsüsteemist. Algebralise struktuuri erinevad ekvivalentsed esitused – näiteks olekuvõrrandid, sisend-väljundvõrrandid, normaalkujud – toetavad erinevate juhtimisülesannete lahendamist.

Kuna meie tööühm pole suur ja peaaegu kõik on haridu-

selt matemaatikud, on meie fookus olnud matemaatilise aparatuuri arendamisel erinevate mittelineaarsete juhtimissüsteemide klasside jaoks ning selle abil erinevate fundamentaalsete juhtimisülesannete lahendamine (so alusuuringud). Oleme siiski kesken-dunud konstruktiivsete algoritmiliste lahenduste leidmisele. Enamik uutest teoreetilistest tulemustest on implementeeritud tarkvarapaketi *NLControl*, mis võimaldab lahendada mittelineaarsete juhtimissüsteemidega seotud ülesandeid [8]. *WebMathematica*-põhine veebirakendus lubab paketti kasutada üle interneti, tarkvara lokaalsesse arvutisse installeerimata. Tarkvara on kasutanud paljud teadlased üle maailma oma teadustöös vajalike arvutuste tegemiseks ja meie ise ning meie koostööpartnerid Prantsusmaalt, Itaaliast, Mehhikost, Poolast ja Slovakiast on kasutanud seda ka magistrikursustes.

Viimastel aastatel oleme siiski koos välismaiste koostööpartneritega ka pisut rakendusuuringuid teinud, mh leidnud kliimasüsteemidele energiasäästlikke ja/või isikupärastatud kontrollereid [11, 12]. Samuti oleme leidnud olekutaastaja ning olekutagasisidel põhineva kontrolleri aktiivse magnetlaagersüsteemi jaoks [9, 10]. Rohkem rakendusuuringuid on tulevikus oodata robotika suunal, kuna kaasjuhendan koos MAARJA KRUSMAAGA doktoranti CHRISTIAN MEURERIT. Meie töörühm on osa Eesti teaduse tippkeskusest EXCITE, kus meil on kolme teise töörühmaga ühisteadjad. Kõik need eeldavad meilt rakendusuuringuid, vastavalt siis robotikas, funktsionaalses programmeerimises ja ionjuhitava elektroaktiivse polümeer-täiturmehhanismi dünaamiliste omaduste süstemaatilises uurimises. Kas need uurimused mingite huvitavate tulemusteni viivad, näitab aeg. Kõige suurem potentsiaal on robotika-alasel ühistööl, kuna mittelineaarset juhtimisteooriat on robotikas pikka aega rakendatud.

Rakenda, rakenda, rakenda! Samas, mitte kõik head ja huvitavad teoreetilised tulemused ei leia praktikas rakendust, sest tööstus ei võta ebavajalikke riske ilma suure kasumiootuseta. Tööstuse jaoks on riskantsed meetodid, mis nõuavad süsteemi

täpset mudelit, sest seda on võimatu või siis lihtsalt liiga kallis leida, aga ka seetõttu, et süsteemid alluvad muutustele, mis toob kaasa muutused mudelis. Tööstus ei väärtusta ka juhtimisalgoritmi, mis sõltub paljudest parameetritest ja mille programmeerimiskood on pikk, sest sellist algoritmi on kallis kohandada uutele toodetele. Resümeerides, tööstus vajab teooriaid, mis (1) oleksid üldiselt rakendatavad (vähe eeldusi), (2) vajavad vähe ekspertteadmisi, (3) mida toetaks olemasolev tarkvara. Kontrolleri keerukus on rakendamisel peamine takistus. Keerukuse vähendamiseks tasub uurida, miks keerukus on edukas ja vähendada keerukust seal, kus tema mõju on väike. Eesmärk on otsida lihtsaid mehhanisme, mis garanteeriks ligikaudu keerulise lahenduse. Sellist lähenemist olen näiteks praktiseerinud töös [13]. Teisalt, hea (tõestustel põhinev) teooria vähendab massiivse simulatsioonidel põhineva testimise (verifitseerimise) vajadust, mis on kallis ja aeganõudev. Tööstuse ja akadeemia koostöö pole lihtne mitmel põhjusel. Erinevad on huvid, väärtussüsteemid, eesmärgid ja motiivid – intellektuaalne või rahaline. Lahendus, mis säästab raha, või publikatsioon, mis aitab karjääriredelil edasi liikuda. Tööstus tahab tulemust saladuses hoida, teadlane publitseerida. Teadlane otsib parimat lahendust, tööstus piisavat. Tulemuseks on vastastikune mittemõistmine. Erinevus on ka ajakavas: tootearendustsükliid üha lühenevad, aga uurimistsükkel on jäänud enam-vähem samaks (3–4 aastat ehk doktorantuuri aeg).

Raha küsimiseks uuendatakse aeg-ajalt märksõnu, sest üldsus ei mõista, miks nii pika aja jooksul pole probleeme lahendatud. Osaliselt on põhjus selles, et algul, probleemide raskust veel mõistmata ja soovist rahastust saada, lubatakse liiga palju. Näiteks „*smart grid*“ hakkab devalveeruma või peab hakkama tulemusi näitama. „*Embedded*“ on nüüd asendunud sõnadega „küberfüüsiline“ ja „asjade internet“. Nende sõnadega seostatakse nn neljandat tööstusrevolutsiooni. Kõikjal räägitakse suurandmetest (*big data*). Hetkel pole selge, mida juhtimine saaks siin ära teha.

Milliste raskustega seisab juhtimisteooria silmitsi?

Matemaatiline juhtimisteooria lähtub ebarealistlikust eeldusest, et juhtimissüsteemi mudel on teada. Ekspertide väitel on süsteemi mudeli väljatöötamise kulu ca 50% rakenduse kogukulust. Oluline on märkida ka seda, et kuna mudel on alati aproksimatsioon, siis tasub võimalusel valida mudeli struktuur, mis lihtsustaks kontrolleri leidmist. Eriti otstarbekas oleks protsesside disaini kaasata juhtimisinseneri, kes hoolitseksid selle eest, et protsessil oleksid head juhitavusomadused ja sensorid/täiturmehhanismid oleksid otstarbekalt paigutatud. Kahjuks pöörduakse juhtimisvaldkonna spetsialistide poole siis, kui protsess on juba paigas.

Tänapäeva tehnoloogia vajab üldiselt heakskiidetud formalismi, mis integreeriks erinevate hierarhiliste tasandite mudelid/juhtimisalgoritmid tervikuks. Et teha kõrgema taseme otsuseid, tuleb õppida analüüsima/sünteesima juhtimissüsteeme, mida kirjeldatakse kõrgemal abstraktsioonitasandil, näiteks sõnaliselt või protokollipõhiselt. Midagi on selles suunas tehtud, aga puudub hea lihtne ja laiapõhjaliselt aktsepteeritud teooria. Tänapäeva tehnoloogia juhtimisobjektiks on nn hübriidsüsteem, mis kombineerib pidevaid, diskreetseid ja loogilisi komponente. Paraku pole hübriidsüsteemidel ilusat matemaatilist struktuuri. Mudelipõhisel lähenemisel on piirid, kui uurimisobjektiks on keeruline süsteem. Puudub teooria (formalism, matemaatilised struktuurid), mis suudab integreerida eri tasanditel toimivate süsteemide esitusi. Dünaamiliste süsteemide teooriast tuntud meetodid on piiratud olukorras, kus (1) tuleb integreerida erinevad aja- ja ruumiskaalad, (2) võrgustikud on ühendatud positiivsete ja negatiivsete tagasisideahelatega, (3) vaatlaja pole vaadeldavast sõltumatu. Üks võimalus on, et madalama taseme eesmärgid avalduvad mingi kõrgema tasandi parameetri väärtustena. Oleme teinud teatud katseid hübriidsüsteeme uurida [3]. Kahjuks on selles valdkonnas kasutusel kümneid erinevaid matemaatilisi kirjeldusi. Tundub, et peaaegu iga seltskond kasutab oma mudelit.

Traditsiooniline teadus lähtub eeldusest, et määramatus on infopuuduse tagajärg. Tänapäevastes keerukates süsteemides ei tulene määramatus ja ennustamatus ükses infopuudusest, vaid on

keeruliste süsteemide olemuslik omadus. Meie võimalused selliste süsteemide mõistmiseks ja juhtimiseks info kogumise abil on piiratud. Tagasiside on küll mehhanism määramatuses toimimiseks, aga sellel on piirid. Juhtimise seisukohalt on oluline, et kontrolleri keerukus kasvab süsteemi keerukuse kasvades. Mida keerulisem süsteem, seda haavatavam ta ka on. Keerulised süsteemid toimivad kaose piirimail (kaugel tasakaalupunktist) ja väike nn X-sündmus võib viia süsteemi kaosesse. X-sündmus on jätkusuutliku tasakaalu taastamise viis ning leiab aset, kui inimesed (süsteem) ise ei suuda keerukust vähendada ja süsteem kukub ülekoormusest kokku. Krahhi saabudes on hilja midagi ette võtta. Lähenevale X-sündmusele (suurtele muutustele) viitavad mitmed hoiatussignaalid: sagedenenud ja/või suure amplituudiga võnkumine, kriitiline aeglustumine, asümmeetria kasv (nt sissetulekute jaotuses). Aga keerukust pole lihtne vähendada. Sellele tuleb läheneda *terviklikult*, et ühes kohas tehtu ei kutsuks esile vastupidist efekti mujal.

Süsteemi mitmekesisus muudab süsteemi robustsemaks, st aitab paremini keskkonna muutustega toime tulla. Igal elemendil on oma nõrkus ja väiksem mitmekesisus tähendab suuremat haavatavust. Robustsus (töökindlus) saavutatakse aga süsteemi tõhususe (toimimistäpsuse) arvelt. Kui tõhusus on hästi timmitud mingi kaofunktsiooni ja olukorra (mudeli) suhtes, võib asi olukorra muutudes uppi minna. Kohanemisvõime on parim strateegia robustsuse tagamiseks. Kuigi on oluline leida hea täpsuse ja robustsuse tasakaal, on olulisem välja arendada uusi robustsuse ja täpsuse omadusi, kui vanad muutuvad ebaadekvaatseks.

Keeruliste süsteemide modelleerimine, analüüs ning juhtimine nõuab uut tüüpi mudeleid ja uut intuitsiooni. Selliseid süsteeme ei saa uurida ositi, vaid kui tervikut. Hetkel puuduvad kvantitatiivsed analüüsi ja sünteesi meetodid ning täpsed matemaatilised mudelid selliste süsteemide uurimiseks. Traditsioonilistes mudelites eristatakse oluline ebaolulisest, keerulistes süsteemides on see võimatu. Arvatakse, et pole võimalik leida keeruliste süsteemide üldisi seadusi, kuigi kogemust ühe süsteemi kohta võib proovida rakendada teisele. Palju keeruliste süsteemide teoorialt oodatust pole realisee-

runud, samuti nagu oli ummiktee varasem üldise süsteemiteooria püüe leida organiseerumise universaalseid seadusi. Nad osutusid praktikas rakendamiseks liiga abstraktseks (sisutihjaks). On lihtne rääkida uuest perspektiivist, aga sisukaid üldistusi on raske teha, sest keerukad süsteemid tegelevad *korrapäratuga*. Keerukaid süsteeme iseloomutab ringkausaalsus, so olukord, kus tagajärg mõjutab omakorda põhjust. Keerukad süsteemid vajavad nn evolutsioonilisi ehk muutuva struktuuriga mudeleid. Olulisemaks muutub positiivse tagasiside mõistmine kui keeruliste ajalis-ruumiliste mustrite genereerimise mehhanism. Tasakaalustamata positiivne tagasiside võib süsteemi viia lõpliku aja jooksul hukkumisele, kui isevõimendus on suurem eksponentsiaalseks kasvuks vajalikust lävendist (näiteks aktsiaturu krahh). Sellistele protsessidele peavad mõne aja pärast järgnema kompensatsiooniprotsessid.

Juhtimissüsteemide mõju tänapäeva tehnoloogiale pole üldiselt selge. Arvatavasti on peamine põhjus selles, et tegemist pole niiöelda lõppprodukti, vaid peidetud tehnoloogiaga. Tavakasutaja pole reeglina teadlik enamikes seadmetes (külmkapid, pesumasinad, autod, nutikad majad) peidus olevatest juhtimisalgoritmidest ega ka sellest, et väga paljudel juhtudel lakkaks seade töötamast, kui juhtimismoodul rikki läheb. Et sensorid, sidetehnika, arvutid muutuvad üha odavamaks ja et üha keerulisemaks muutuv tehnoloogia peab muutuvates tingimustes (määramatuses) ja häiringute olemasolul opereerima usaldusväärset ja tulemuslikult, kasvab juhtimise osa seadmetes hüppeliselt. Juhtimisinsenerid osalevad paljudes valdkondades (robotika, elektroonika, meditsiin, transport, energeetika), aga ei saa neid valdkondi enda omadeks nimetada. Kuigi juhtimine on nende multidistsiplinaarsete arengute keskmes, on keeruline näidata valdkonna tähtsust väljaspool olijatele. Uuema trendi järgi eelistavad valitsused/teadusagentuurid rahastada valdkondi, mis näitavad vahetut majanduslikku mõju tehnoloogia arengule. Kuigi juhtimine on kriitiline tehnoloogiliste süsteemide toimimiseks, saab ta väga väikese osa rahast võrreldes teiste valdkondadega. Tegelikult esineb juhtimine, ohutus ja töökindlus (robustus) kõikjal. Et juhtimine saaks võrdväärseks partneriks, ega oleks

üksnes teiste teenistuses, peab kogukond end strateegiliselt positsioneerima, otsima tugevamaid sidemeid naaberdistsipliinidega, jätkates samal ajal üldiste meetodite väljatöötamist. Tuleb lihtsas keeles selgitada, mida juhtimiskogukond „müüb“. Näiteks osundada sellele, et erinevalt arvutiteadusest mõistame sügavuti dünaamikat. Või et juhtimine on intelligents asjades/protsessides, mis tagab nende töötamise. Koopereerumine teiste valdkondadega on üha olulisem. Et parandada oma positsiooni, tuleb uurida tõsiseltvõetavaid (aga lahendatavaid) reaalseid probleeme, tuletada fundamentaalseid uurimisprobleeme raskustest, millega rakendused/uued tehnoloogiad maadlevad. Hea oleks eksperimentaalsete laborimudelite olemasolu, mis esindavad reaalseid süsteeme. Tuleb ühendada jõud, et luua innovatiivseid interdistsiplinaarseid uurimisinitiatiive, mis ühendaksid erinevate valdkondade pingutused.

Lõpetuseks tahan ma avaldada tänu oma endistele ja praegustele töörühma liikmetele, kellega koos oleme seda rada käinud. Nimetan nad siin tähestiku järjekorras – JURI BELIKOV, KRISTINA HALTURINA, ARVO KALDMÄE, VADIM KAPARIN, PALLE KOTTA, TANEL MULLARI, SVEN NÖMM, HELI RENNİK, ASHUTOSH SIMHA, JANEK TABUN, MARIS TÕNSO. Eestist oleme koostööd teinud veel ALAR LEIBAKU ja EDUARD PETLENKOVIGA. Aga meie uurimistöös on osalenud ka arvukalt välismaiseid koostööpartnereid. Pikaajaline ja viljakas on olnud koostöö Claude Moogiga Prantsusmaalt, kellega olen kaasjuhendanud kaht doktoranti, ning ZBIGNIEW BARTOSIEWICZI ja tema kolleegide MALGORZATA WYRWASE, EWA PAWLUSZEWICZI, MONIKA CIULKINI ning AREK MYSTKOWSKIGA Poolast, kellega on täidetud mitmeid ühisprojekte. Małgorzata ja Ewa on olnud meie töörühmas järel doktoritena ja Monika külastas meid kolmel korral Dora rahastusskeemi toel doktorandina. Nii ühe kui teise töörühmaga on kirjutatud palju tippajakirjades avaldatud artikleid. Järel doktoritena on meie juures veel olnud DANIELE CASAGRANDE Itaaliast, BRANISLAV REHÁK Tšehhist ning SESHADHRI SRINIVASAN Indiast. Aga põnevaid tulemusi on saadud ka koos YU KAWANOGA Jaapanist, kes oli meie töörühma

juures doktorandina ja hiljem järeldoktorina Jaapani rahastuse toel. Koos koostööpartnerite ALEXEY ZHIRABOKI ja ALEXEY SHUMSKIGA Venemaalt arendasime alternatiivset võredel põhinevat algebralist aparatuuri, mis ei põhine globaalsel lineariseerimisel, vaid kasutab süsteemi võrrandeid, ning uurisime selle aparatuuri seoseid diferentsiaalvormidel põhineva aparatuuriga. Ühisartikleid on kirjutatud veel KURT SCHLACHERI ja tema töörühma liikmete MARKUS SCHÖBERLI ja BERND KOLARIGA Linzist. Varasematel aastatel oli meil aktiivne koostöö ALAN ZINOBERIGA Inglismalt läbi mitmete Royal Society grantide ning MIROSLAV HALASIGA Slovakiast. Märkisin ära veel NADER SADEGHI, FAHMIDA CHOWDHURY ja RON PEARSONI USAst, JIHONG WANGI ja LIU PINI Inglismalt, RICHARD POTHINI ja WITOLD RESPONDEKI Prantsusmaalt. Kõige põnevamad koostööpartnerid on olnud ZIMING LI Hiinast ja AMIN SARAFRAZI Iraanist, kellega on koostöö toimunud põhiliselt meili vahendusel. Ma pole kumbagi neist elus oma ihusilmaga näinud, sellest hoolimata on koostöö viinud huvitavatele tulemustele ja mõlemad pooled on teiselt palju õppinud.

Kirjandus

- [1] E. Aranda-Bricaire, Ü. Kotta, C. H. Moog, Linearization of discrete-time systems. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 34 (1996), 1999–2023.
- [2] J. Belikov, A. Kaldmäe, Ü. Kotta, Global linearization approach to nonlinear control systems: a brief tutorial overview. *Proceedings of the Estonian Academy of Sciences*, 66 (2017), 243–263.
- [3] A. Kaldmäe, Ü. Kotta, A. Shumsky, A. Zhirabok, Disturbance decoupling in nonlinear hybrid systems. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, 28 (2018), 42–53.
- [4] Y. Kawano, Ü. Kotta, On integrability of observable space for discrete-time polynomial control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 60 (2015), 1987–1991.

- [5] Y. Kawano, Ü. Kotta, Single-experiment observability decomposition of discrete-time analytic systems. *Systems & Control Letters*, 97 (2016), 193–199.
- [6] Ü. Kotta, Decomposition of discrete-time nonlinear control systems. *Proceedings of the Estonian Academy of Sciences. Physics. Mathematics*, 54 (2005), 154–161.
- [7] Ü. Kotta, Algebralised meetodid matemaatilises juhtimisteoorias. Soomere, Tarmo (Toim.). *Eesti Vabariigi preemiad 2018*, lk. 76–89. Eesti Teaduste Akadeemia. Tallinn, 2018.
- [8] Ü. Kotta, M. Tõnso, NLControl – a Mathematica package for nonlinear control systems. *20th IFAC World Congress, Toulouse, France, 9–14 July 2017* (2017), 681–686.
- [9] A. Mystkowski, V. Kaparin, Ü. Kotta, E. Pawluszewicz, M. Tõnso, Feedback linearization of an active magnetic bearing system operated with a zero-bias flux. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 27 (2017), 539–548.
- [10] A. Mystkowski, Ü. Kotta, V. Kaparin, Newton observer for a nonlinear flux-controlled AMB system. *Proceedings of the Estonian Academy of Sciences*, 67 (2018), 61–72.
- [11] M. Soudari, V. Kaparin, S. Srinivasan, S. Seshadri, Ü. Kotta, Predictive smart thermostat controller for heating, ventilation, and air-conditioning systems. *Proceedings of the Estonian Academy of Sciences*, 67 (2018), 291–299.
- [12] M. Soudari, S. Srinivasan, S. Balasubramanian, J. Vain, Ü. Kotta, Learning based personalized energy management systems for residential buildings. *Energy and Buildings*, 127 (2016), 953–968.
- [13] J. Wang, Ü. Kotta and J. Ke, Tracking control of nonlinear pneumatic actuator systems using static state feedback linearization of the input-output map. *Proceedings of the Estonian Academy of Sciences. Physics. Mathematics*, 56 (2007), 47–66.