

XLV matemaatikaõpetajate päevad Viljandis

HANNES JUKK

Tartu Ülikool

Kui koolis töötab 45-aastane matemaatikaõpetaja, siis on sellel koolil vedanud, see õpetaja on Eesti keskmisest noorem. Aga arv 45 märgib ka seda, et matemaatikaõpetajad on nii mitmel sügisel kokku saanud ja kogemusi vahetanud. See annab tunnistust traditsioonist. Selleks väikeseks juubeliks tuldi kokku 19.–20. oktoobril Viljandis, samas linnas, kus toimusid esimesed Eesti matemaatikaõpetajate päevad 1974. aastal. Mitmes ettekandes meenutati neid ja vaadati tagasi möödanicule.

Üle mitme aasta olid seekord kutsutud ka külalisesinejad välismaalt, Poolast ja Soomest. Traditsiooniliselt oli suur osa ettekandeid seotud üliõpilaste kaitstud lõputöödega ning uute õppematerjalidega. Järgnev ülevaade on kirjutatud allakirjutanu poolt tehtud märkmete järgi, mis kogunesid ettekandeid kuulates. Seepärast palun vabandust, kui siin on mõne ettekande puhul rõhk mujal, kui seda autor oleks seadnud.

Esimese päeva ettekandeid kuulati Viljandi Kesklinna Koolis. Traditsiooniliselt süüdati päevade avamisel küünlad, esines õpilaste keelpilliansambel. Osavõtjaid tervitas kooli direktor AAVO SOOPAN. Esimesed kaks pikemat ettekannet tegi Varssavi Ülikooli matemaatika, informaatika ja mehaanika teaduskonna professor ZBIGNIEW MARCINIAK. Ta on mõjukas matemaatikahariduse edendaja Poolas – tegelenud matemaatikaõpetajate koolitamise reformiga ülikoolis, mõjutanud koolireformi (kohustuslik koolieksam matemaatikas), on tegelenud kooliolümpiaadidega oma riigis, samuti on ta üks rahvusvahelise tasemeuuringu PISA matemaatikatesti raamistiku autoritest. Tema esimene ettekanne kandiski pealkirja *Matemaatikaharidus muutuste tuules*. Ta tõi näite sellest, kuidas tänapäeval on aina enam vaja lahendada mitterutiinseid probleeme. Kui mõnikümmend aastat tagasi oli vajalik oskus leida transpordi plaanidest vajalikud ajad panemaks kokku oma reisiplaan, siis

tänapäeval on selleks olemas äpid. Sinu asi on leida internetist vajalik info või need võimalused, kuidas saada endale vastused. Kuid samas peab ka hindama saadud info vastavust reaalsusele, sest osa leitud võib olla vananenud, vanad sulgemata netileheküljed pakuvad eksitavat infot.



Zbigniew Marciniak

Professor Marciniaki sõnul on matemaatika õppimine ja õpetamine muutumas. Ei saa innustada õpilast õppima sõnadega „õpi, sest reedel on selle peale test“. Olulisemale kohale tõuseb õppimise protsess, see kuidas arutletakse, põhjendatakse, modelleeritakse, mõeldakse strateegiliselt (miks ja kuidas midagi tehakse). Seetõttu peavadki õpilased jõudma sellise julguseni, et kohates probleemi, mille sarnast pole koolis lahendatud, on tal julgust lahendama asuda ja proovida, mitte visata kõrvale, kuna kindlalt ju ei oska lahendada. Poola on viimasel ajal PISA testi tulemustes jõudsalt

edenenud. Kui aastal 2003 lahendasid arutlemise tasemel ülesandeid Poola õpilastest väga vähesed, siis pärast ainekava muutmist 2008. a on asi paranenud. Koolides jõuti selleni, et arutlemist nõudvad ülesandeid ei vali üksnes taibukad ja hea matemaatika tehnilise oskusega õpilased, oma lahendust võib põhjendada või hinnata ka nõrgem õpilane. Selline suhtumine on vilja kandnud. Seejuures ei pea õppima arutlema sel kombel, et tuubitakse teoreemide tõestusi, vaid saab ka lõbusamalt. Näiteks pakub selleks võimalusi tuntud mõttemäng *Sudoku*, kus saab arutleda, mis juhtub, kui kirjutada üks arv konkreetseesse lahtrisse (vt näiteks ANNIKA TESKA artikkel *Sudokude ja sudokulaadsete mõistatuste kasutamine põhikooli matemaatikaõppes* kogumikus *Koolimatemaatika XXXVIII* või TÕNU TÕNSO sudokuteemalised probleemid ajakirjast *Horisont*). Õpilastele võib anda ka ootamatuid ülesandeid, nt teha koolis käepäraseid vahendeid kasutades kindlaks kui paks on antud rahatäht.

Prof Marciniak rääkis ka järgmisest 2021. a toimuvast PISA testist, kus peamise tähelepanu all on taaskord matemaatika. Testi koostamisel on kesksele kohale tõstetud arutlemise oskuse hindamine. Professor julges ennustada, et riikide pingerivi muutub, sest „harjutajad“ riigid taanduvad nende ees, kus koolis õpetatakse põhjendamist. Ta väljendas muret selle üle, mis roll on tulevikus inimesel. Tehisintellekt on juba praegu mitmes valdkonnas inimesest tulemuslikum, arvuti võidab inimest males jne. Mis roll jääb inimesele? Millist tööd me teeme ja kes üldse töötavad? Kas meie osaks jääb vaid valida arvuti leitud erinevate lahenduste vahel? Võib-olla oleks vaja muuta õpetamise eesmärgi, õpetada matemaatikat, mis on midagi enam kui tööriistakast, näiteks

- kui meetodit, kuidas lahendada probleemi,
- kui võimalust vastata kaasaegsetele küsimustele,
- kui inimkonna kultuurilist pärandit.

Esimese ettekande lõpus rääkis professor Marciniak veel õpetajakoolitusest Varssavi ülikoolis. Neil on matemaatilisi distsipliine õppimas 200 tudengit, aga neist soovib kooli õpetajaks minna kõigest 10. Ta leidis, et riigipoolne hariduse rahastamine üldiselt

ei ole piisav. Ka ministeeriumis töötades ei suutnud ta rahastamise otsuseid selliselt muuta, et tema lemmikvaldkondadele rohkem raha jaguks, sest teised valdkonnad olid veel suuremas kitsikuses. Näiteks tegeletakse Poolas olümpiaadide läbiviimisel, sh ülesannete koostamisel vabatahtlike toel.

Pärast lõunapausi esines professor Marciniak mitme huvitava matemaatika probleemiga, mida peaksid tänapäeva koolitarkusega inimesed suutma lahendada. Näiteks meenutas ta seda, kuidas Vana-Kreeka teadlane Thales hindas maakera suurust, või seda, kuidas ta võrdles Kuu ja Päikese suurust. Selleks on tänapäeval vaja üksnes meie teise kooliastme matemaatikas õpitut. Ta soovitas lugeda V. Protassovi artiklit ajakirjast *Kvant* (2010, nr 2).

Järgnevas ettekandes tutvustasid ANU OTS ja EBU TAMM Eesti Statistikaametist õpilaste huvi äratamiseks loodud *Euroopa statistikavõistlust õpilastele* (vt www.stat.ee/voistlus-2019).

Teine külalisesineja oli kutsustud Soomest. LAURA KAUPPINEN õpetab koolis nimetusega Ylöjärven Lukio (gümnaasium, 450 õpilast, 30 õpetajat, ettevõtlikusallak) matemaatikat, füüsikat ja keemiat (Soomes on küllalt tavapärane, et õpetajad annavad tunde mitmes aines). Ta oli ette valmistanud kolm teemat:

- lühike ja pikk matemaatika,
- e-vormis sisseastumiskatse (eksam) ülikoolis,
- rühmaõppest arvuti abil nende koolis.

Laura Kauppinen tõi välja, et Soomes on sooritatud ülikooli sisseastumiseksameid matemaatikas aastast 1851. Kitsaks ja laiaks jagunes gümnaasiumis õpetatav matemaatika juba aastal 1901 ja teisiti ei kujutata seda Soomes ka ette. Praegu õpib õpilastest 50% kitsast ja 38% laia matemaatikat, 12% gümnaasiumiõpilastest ei õpi üldse matemaatikat. Põhikoolis on Soomes ühtsuskool ning kõik õpivad sama ainekavaga määratud matemaatikat. Kauppineni sõnul on Soomes praegu laia matemaatika õppimine järjest populaarsem, sest sel juhul olevat ülikooli soovitud erialale saamine kindlam ja seda isegi humanitaaraladel. Nende matemaatika eksam on



Laura Kauppinen

nüüdsest arvutiga tehtav. Esimeses ehk A-osas (selle maht on 40% punktidest) on lubatud kasutada taskuarvutit. Teises ehk B-osas (60% punktidest) on 6 ülesannet, mille lahendamisel võib kasutada erinevaid programme, nt *Geogebra*, arvutialgebra süsteemid, tabelarvutuse programmid, tekstitöötluste vahendid oma lahenduste vormistamiseks jne. Samas puudub õpilastel juurdepääs internetile. Kokku kestab selline eksam 6 tundi. Nädala jooksul vaatab oma õpilaste tööd üle kooli õpetaja ning paari kuu pärast saavad õpilased oma tulemused teada, kui neid on vaadatud-hinnatud ka riikliku komisjoni poolt.

Õpetajale teeb muret see, et tal on probleeme oma aja planeerimisega. Ühelt poolt peab ta õpetama uut moodi, st matemaatika probleeme lahendama arvuti abil, kuid teiselt poolt

on tähtis õpetada ka IKT vahendeid ning matemaatika kirjutamist arvutis. Yöjärvi koolis võetakse arvuti abil õppimist tõsiselt. Selleks moodustavad meeskondi nii õpetajad kui ka õpilased. Õpetajad koostavad oma rühmas õppematerjale, milles leiavad ja esitavad õpilastele lahendamiseks erinevaid aineid lõimivaid probleeme. Õpilastel on kõigil oma arvuti ning nad lahendavad probleeme väikestes gruppides (5–6 õpilast), vajadusel käivad koolis konsultatsioonidel. Esiteks tehakse koolis 24 tunnine laager, siis moodustatakse rühmad. Õpilased saavad töid rühmale, aga ka individuaalseks lahendamiseks. Seejuures peetakse olulisemaks õppimise protsessi, mitte kaunilt vormistatud õpipäevikut või protokollit. Rühm võib kasutada *Moodle*'i võimalusi, aga ka muid suhtlemisvahendeid omal valikul. Rühma koosolekutele kutsutakse ka külalisesinejaid. Vahel on vaja teha katseid, selleks tullakse kooli laborisse. Laura Kauppinen nimetas sellist tegevust *tiimijakso* (vt *tiimijakso.fi*). Sellise õppimise juures on oluline, et õpilased võtavad vastutuse, neist 95% arvab, et niimoodi õpitakse rohkem kui tavaliselt.

Laura Kauppise sõnul on Soome õpetajatel kahtlusi seoses arvuti kasutamisega eksamil, aga ta tõi välja mitmeid ka muid probleeme seoses eksami korraldamisega, näiteks peab looma kindla elektrivõrgu (UPS, elektrigeneraator elektrikatkestuseks), elektrik peab üle vaatama juhtmed. Peab olema valmis selleks, et arvuti jookseb kinni või ei salvesta või leiab aset mingi muu tehniline viperus. Kas osatakse arvutit kasutada nii vabalt, et selle taga ei teki mingit tõrget ja mõte saab vabalt liikuda? Ilmselt kõik õpilased ei ole veel sedavõrd spetsialistid matemaatilise teksti vabalt arvutisse kirjutamisel.

Esimene päev lõppes Viljandi Männimäe külalistemajas, kus päevadest osavõtjatele esinesid õpilaste teadusteater, tantsijad ja lauljad.

Teise päeva hommikul tervitas matemaatikaõpetajate päevadest osavõtjaid Viljandi suure ja uhke, 2012. a asutatud Eesti esimese riigigümnaasiumi direktor ÜLLE MATSIN. Matkariietes direktor oli kiirustamas oma õpilastega metsaülikooli, kus teemaks pidi olema:

„Mis on elu mõte?“ Ta soovitas õpilastel ja ka meil igal hommikul keskenduda ja mõelda oma eesmärkidele. Nende heade soovitustega saime vaid nõus olla, asusime mõtteid otsima ja oma tegevust mõtestama.

ANDRES HAAVASALU, Viljandi kauaaegne ja tunnustatud matemaatikaõpetaja, andis oma ettekandes ülevaate matemaatikaõpetajate päevade ajaloost. Muu hulgas rääkis ta omaegsest matemaatikaõpetajast ja kunagisest Viljandi linnapeast August Maramaast, kelle linnapeaks olemise ajal toimus 1929. aastal Viljandis matemaatikaõpetajate kokkusaamine.

MADIS LEPIK Tallinna Ülikoolist esindas uurijate rühma, kes on loonud materjale õpilaste uurimusliku õppe tarvis. Nad rõhutasid, et kvaliteetsem õppimine on õpilastele huvitavam: kasulikum on võtta aega uurimiseks ja matemaatika ilu avastamiseks, vastandades seda drillimisele, kiirustamisele ja aine mahu tagaajamisele. Rühma poolt on loodud 50 tunni jagu uurimuslikule õppele sobivat eestikeelset õppematerjali. Projektis osalenud ALAR PUKK esitas mitmeid meetodilisi soovitusi seoses uurimusliku õppe korraldamisega.

Suure tööga oli maha saanud kollektiiv (22 inimest) JÜRI KURVITSA eestvedamisel. Tänu neile on meie õpilastel ja õpetajatel ligipääs *Digiõppevaramu* matemaatika kitsa ja laia matemaatika e-õppematerjalidele (vastavalt 8 ja 14 kursust, leitav aadressilt *e-koolikott.ee*). See interaktiivne materjal on mitmeti kasutatav, näiteks sobib koduste tööde andmiseks, sest õpilane (ka õpetaja) saab kohest tagasisidet, aga ka iseseisvaks õppimiseks neile, kes vastava teema läbimisel tunnist puudusid. Õppematerjalide valmistamisel tehti koostööd norralastega, kelle interaktiivset keskkonda *H5P* paluti täiendada matemaatika õpetamiseks sobivamaks. Koostöö oli edukas ja kasulik mõlemale osapoolle.

Väikese kohvipausi järel viidi läbi neli töötuba kolmes ruumis. Kahes ruumis tutvustasid uurimuslikuks õppeks loodud materjale ANNE AASAMETS ja TIINA VILBERG ning ALAR PUKK ja VILVE LEPIK. Kolmandas ruumis rääkis HANNES JUKK õpetamise

metoodika teemadel ning VALVO PAAT kogemustest ümberpööratud klassiruumi kasutamisel.

Plenaarettekannete ruumis saime veel kuulata KATI KALDA ja ANU PALU ettekannet teemal *Neljanda klassi õpilaste matemaatika-teadmised erinevates valdkondades*. Uuringust selgus, et meie nooremad õpilased on tublid probleem-ülesannete lahendamisel, kusjuures tähtis roll on heal tasemel protseduurilistel oskustel. Õpetajatele anti märku, et parandada saaks õpilaste mõistete-alaseid teadmisi. Ettekanne oli õpetlik. Kuigi saalis olnud õpetajad õpetavad pigem õpilasi alates teisest kooliastmest, siis on neilegi oluline teada nooremate õpilastega läbi viidud uuringute tulemusi.

Tavapäraselt on kõnealustel õpetajate kogenumistel viimasteks esinemisteks lühiettekanded, milles reklaamitakse uusi õpikeskkondi, võistlusi jms. See kord tutvustasid RAUL VATSAR õpiabi veebikeskkonda *Nulla Regula* ja TÖNIS KUSMIN peastarvutamise võistluspaika <https://99math.com>. SIRJE PIHLAP ja MADIS LEPIK selgitasid erinevaid teid, kuidas õppida matemaatikaõpetajaks Tartu Ülikoolis ja Tallinna Ülikoolis.

Enne pidulikku lõpetamist toimusid paralleelselt veel töötoad ja ettekanded. TÖNU TÖNSO lahendas huvitavaid ülesandeid seoses tingliku tõenäosusega, ELO REINIK andis näpunäiteid *Foxcademy's* interaktiivse tunni läbi viimiseks. Õppematerjale uurimuslikuks õppeks tutvustasid LAGLE MATTO ja VILVE LEPIK. Emeriidotsent TIIT LEPMANN võttis päevad lühidalt kokku ning rääkis enda muljetest. Tänaati korraldajaid eesotsas MARGIT NUIJAGA.

Päevad kulgesid sisukalt ja ladusalt ning olid selle poolest taaskord eeskujuks järgmistele korraldajatele Saaremaal 2019. a. Mulgimaalt sõitsid kõik päevadel osalenud kodu poole täis kõhuga, aga veel tähtsam, et rikkamana hulga uute või meenutatud vanade mõtete ja tarkuste poolest. Huvilistel tasub lugeda artiklikogumikku *Koolimatemaatika XLV* (2018).