

# Kokkuvõte õpilaste matemaatikavõistlustest aastal 2016

OLEG KOŠIK  
Tartu Ülikool

Aastal 2016 toimusid samad traditsioonilised matemaatikavõistlused nagu viimastel eelnevatel aastatel.

## Eesti võistlused

### Piirkonnavor

Piirkonnavor toimus 30. jaanuaril tavakohaselt 7.–12. klasside õpilastele. Parimate tulemused esitame 7.–8. klasside osas, kellele olümpiaadi lõppvooru eraldi ei korraldata. Maksimaalne võimalik tulemus piirkonnavoru 7.–8. klassides oli 41 punkti.

#### 7. klass

Koht	Nimi	Kool	Punkte
1.	Andres Sõmer	Kärdla Ühisgümnaasium	41
1.	Nikita Maširin	Tallinna Reaalkool	41
1.	Martin Rahe	Tallinna Reaalkool	41
4.	Hannes Hirmat	Tallinna Reaalkool	39
4.	Richard Friedrichs	Jakob Westholmi Gümnaasium	39
6.	Oliver Tennisberg (6. kl)	Miina Härma Gümnaasium	38
7.	Mikk Saarse	Pärnu Kuninga Tänav Põhikool	37
7.	Valeria Karpova	Tallinna Kesklinna Vene Gümna.	37

#### 8. klass

Koht	Nimi	Kool	Punkte
1.	Artur Avameri	Miina Härma Gümnaasium	41
1.	Siim Kruusimäe	Tallinna Laagna Gümnaasium	41

3.	Daniil Vaino	Narva Keeltelütseum	38
4.	Tuule Tars	Tartu Hansa Kool	37
4.	Hanna–Riia Allas	Tartu Veeriku Kool	37
6.	Mirjam Jesmin	Tartu Kesklinna Kool	36
6.	Kaarel Kivisalu	Tallinna Reaalkool	36
6.	Kaarel Paal	Tallinna Reaalkool	36

### Lõppvoor

Lõppvoor toimus 2.–3. aprillil. Igast klassist oli võistlusele kutsutud umbes 25 õpilast üle Eesti, neist antakse järgudiplomid orienteeruvalt 10 parimale. Kõigis klassides oli maksimaalseks võimalikuks tulemuseks 35 punkti, mis tähendab 7 punkti iga ülesande eest.

Traditsiooni kohaselt osales 9. klassi arvestuses ka kaks külalisvõistlejat Soomest.

### 9. klass

Koht	Nimi	Kool	Punkte	Järk
1.	Toomas Tennisberg	Tartu Kesklinna Kool	28	I
2.	Konstantin Dukatš (8. kl)	Narva Keeltelütseum	26	II
3.	Uku Hannes Arismaa	Tallinna Inglise Kolledž	25	II
4.	Hannes Kuslap	Miina Härma Gümnaasium	23	III
4.	Jan Erik Alliksaar	Saue Gümnaasium	23	III
6.	Erki Külaots	Miina Härma Gümnaasium	22	III
7.	Annika Jaakson	Parksepa Keskkool	22	III
8.	Artur Avameri (8. kl)	Miina Härma Gümnaasium	21	III
8.	Daniil Vaino (8. kl)	Narva Keeltelütseum	21	III
8.	Oliver Tennisberg (6. kl)	Miina Härma Gümnaasium	21	III

**10. klass**

Koht	Nimi	Kool	Punkte	Järk
1.	Richard Luhtaru (9. kl)	Miina Härma Gümnn.	31	I
1.	Karl Paul Parmakson (9. kl)	Miina Härma Gümnn.	31	I
3.	Kati Iher	Hugo Treffneri Gümnn.	30	I
4.	Roman Oleinik	Narva Pähklikmäe Gümnn.	28	II
5.	Loona Volke	Hugo Treffneri Gümnn.	27	II
5.	Martin Širokov	Tallinna Mustamäe Humanitaargümnaasium	27	II
7.	Kristina Koch	Hugo Treffneri Gümnn.	25	III
7.	Daniil Lepkin	Tallinna Õismäe Vene Lütseum	25	III
7.	Adrian Kirikal	Tallinna Reaalkool	25	III
7.	Joosep Kaimre	Hugo Treffneri Gümnn.	25	III
7.	Triin Mirjam Tark	Hugo Treffneri Gümnn.	25	III

**11. klass**

Koht	Nimi	Kool	Punkte	Järk
1.	Joonas Jürgen Kisel	Vanalinna Hariduskolleegium	34	I
2.	Hendrik Vija (8. kl)	Miina Härma Gümnaasium	29	II
2.	Hartvig Tooming	Tallinna Prantsuse Lütseum	29	II
4.	Kaarel Hänni	Tallinna Reaalkool	28	II
4.	Taavet Kalda	Tallinna Reaalkool	28	II
4.	Karin Niinemets	Viljandi Gümnaasium	28	II
7.	Tähvend Uustalu	Tallinna Reaalkool	26	III
8.	Rasmus Jaagant	Hugo Treffneri Gümnaasium	25	III

**12. klass**

Koht	Nimi	Kool	Punkte	Järk
1.	Andres Unt	Tallinna Reaalkool	35	I
2.	Kristjan Kongas	Tallinna Reaalkool	34	I

3.	Oliver Nisumaa	Tallinna Reaalkool	32	I
4.	Kaarel Hänni (11. kl)	Tallinna Reaalkool	28	II
5.	Svenno Saan	Hugo Treffneri Gümnaasium	26	II
6.	Mirjam Iher	Hugo Treffneri Gümnaasium	20	III
7.	Markus Rene Pae	Gustav Adolfi Gümnaasium	17	III
7.	Ilja Zebergs	Tallinna Reaalkool	17	III
9.	Edward Ereht	Tallinna Reaalkool	16	III

### Eriauhinnad

Tavakohaselt oli kolme gümnaasiumi klassi võitjatele ette nähtud 1000-eurone stipendium, mille pani välja Lions Club Tallinn Eesti I. Nii said 12. klassis selle Andres Unt ning 11. klassis Joonas Jürgen Kisel. 10. klassis läks aga stipendium jagamisele kahe 9. klassi õpilase vahel, kelleks olid Richard Luhtaru ja Karl Paul Parmakson.

Stipendiumi “Benoit Mandelbroti jälgedes”, mille pani välja Swedbanki juhatuse esimees Robert Kitt, pälvisid Toomas Tennisberg, Kristjan Kongas, Oliver Nisumaa ning Kati Iher. Toomas sai 9. klassi võitjana 300 eurot, ülejäänutest sai igäüks 150 eurot.

Kahe selle õppeaasta lahtise võistluse kokkuvõttes parimale nooremas ja vanemas rühmas anti lahtiste võistluse võitjakarikas (varasema Ilves-Extra auhinna asemel). Nende omanikuks said Richard Luhtaru ja Kati Iher.

### Lahtised võistlused

Lahtised võistlused toimusid 24. septembril ja 17. detsembril, 7 kohas üle Eesti. Nagu tavaks, võisteldi kahes vanuseastmes – nooremas ja vanemas rühmas. Nooremas tohivad võistelda kuni 10. klassi õpilased, vanemas aga kõik huvilised. Lahendamiseks anti nii nooremas kui vanemas rühmas 6 ülesannet, maksimaalne võimalik punktisumma oli 42 punkti.

Sügisel lahtisel võistlusel osales 124 õpilast nooremas rühmas ning 101 vanemas. Talvisel lahtisel võistlusel osales nooremas rühmas 119 õpilast ning vanemas 67.

**Sügisene võistlus, noorem rühm**

Koht	Nimi	Kool	Klass	Punkte	Järk
1.	Kaarel Kivisalu	Tallinna Reaalkool	9	42	I
2.	Tuuli Tiivel	Gustav Adolfi Gümnn.	9	38	II
3.	Daniil Vaino	Narva Keeltelütseum	9	36	II
4.	Kristjan Kõiv	Tallinna Reaalkool	10	35	II
4.	Sullo Saan	Hugo Treffneri Gümnn.	10	35	II
6.	Karoliina Inno	Tallinna Reaalkool	10	34	III
7.	Uku Hannes Arismaa	Tallinna Reaalkool	10	33	III
7.	Kaarel Kangro	Hugo Treffneri Gümnn.	10	33	III
7.	Semjon Kravtšenko	Kohtla-Järve Järve Vene Gümnaasium	10	33	III
10.	Ellen Leib	Hugo Treffneri Gümnn.	10	32	III
10.	Maria Rizo	Narva Keeltelütseum	10	32	III

**Sügisene võistlus, vanem rühm**

Koht	Nimi	Kool	Klass	Punkte	Järk
1.	Richard Luhtaru	Hugo Treffneri Gümnn.	10	41	I
2.	Kaarel Hänni	Tallinna Reaalkool	12	36	II
3.	Aaro Kristjuhan	Hugo Treffneri Gümnn.	12	34	II
3.	Taavet Kalda	Tallinna Reaalkool	12	34	II
5.	Joonas Jürgen Kisel	Vanalinna Hariduskolleeegium	12	33	III
6.	Toomas Tennisberg	Hugo Treffneri Gümnn.	10	32	III
6.	Roman Oleinik	Narva Pähklimäe Gümnaasium	11	32	III
8.	Hartvig Tooming	Tallinna Prantsuse Lütseum	12	31	III
8.	Hendrik Vija	Miina Härma Gümnn.	9	31	III
10.	Nikita Leo	Gustav Adolfi Gümnn.	11	30	III

**Talvine võistlus, noorem rühm**

Koht	Nimi	Kool	Klass	Punkte	Järk
1.	Daniil Vaino	Narva Keeltelütseum	9	37	I
2.	Hannes Kuslap	Hugo Treffneri Gümnn.	10	36	I
3.	Sullo Saan	Hugo Treffneri Gümnn.	10	35	I
4.	Uku Hannes Arismaa	Tallinna Reaalkool	10	33	II
4.	Kaarel Kivisalu	Tallinna Reaalkool	9	33	II
4.	Joosep Näks	Tallinna Reaalkool	10	33	II
4.	Artur Avameri	Miina Härma Gümnn.	9	33	II
4.	Uku Jõgi	Tartu Jaan Poska Gümnn.	10	33	II
9.	Kirke Joamets	Hugo Treffneri Gümnn.	10	31	III
9.	Andres Alumets	Sauga Põhikool	8	31	III

**Talvine võistlus, vanem rühm**

Koht	Nimi	Kool	Klass	Punkte	Järk
1.	Richard Luhtaru	Hugo Treffneri Gümnn.	10	42	I
1.	Hendrik Vija	Miina Härma Gümnn.	9	42	I
3.	Joonas Jürgen Kisel	Vanalinna Hariduskollegium	12	40	I
4.	Tähvend Uustalu	Tallinna Reaalkool	12	30	II
5.	Toomas Tennisberg	Hugo Treffneri Gümnn.	10	27	III
5.	Roman Oleinik	Narva Pähklikmäe Gümnn.	11	27	III
7.	Silvia Hiie Aabloo	Hugo Treffneri Gümnn.	11	26	III
8.	Hartvig Tooming	Tallinna Prantsuse Lütseum	12	25	III
9.	Martin Širokov	Tallinna Tehnikagümnn.	11	24	III
9.	Rasmus Jaagant	Hugo Treffneri Gümnn.	12	24	III

## Rahvusvahelised võistlused

### Soome olümpiaad

Tavakohaselt osalesid kaks 9. klassi õpilast Soome põhikooli olümpiaadi lõppvoorus, mis toimus 22. jaanuaril Helsingis. Sel aastal tõid meie õpilased Richard Luhtaru ja Karl Paul Parmakson (mõlemad Miina Härma Gümnaasium) koju kaksikvõidu, seejuures läks esikoht nende vahel jagamisele, samamoodi nagu hiljem meie enda olümpiaadi lõppvoorus. Õpilaste saatjaks oli TÜ matemaatika instituudi lektor Hannes Jukk.

### IMO valikvõistlus

Rahvusvahelise matemaatikaolümpiaadi valikvõistlus toimus nagu eelmiselgi aastal kahevoorusena: 14.–15. aprillil ja 21.–22. aprillil. Esimeses voorus osales 22 õpilast, kellest teisse vooru kutsuti 12 parimat. Tavakohaselt järgisid mõlemad voorud IMO formaati: kahel päeval anti kummalgi lahendada 3 ülesannet, millest igaüks maksis 7 punkti.

Nimi	Kool	Klass	I voor	II voor	Kokku
Kristjan Kongas	Tallinna Reaalkool	12	28	31	59
Richard Luhtaru	Miina Härma Güm.	9	26	31	57
Oliver Nisumaa	Tallinna Reaalkool	12	33	14	47
Hendrik Vija	Miina Härma Güm.	8	21	23	44
Joonas Jürgen Kisel	Vanalinna Hariduskollegium	11	18	25	43
Kaarel Hänni	Tallinna Reaalkool	11	19	22	41
Taavet Kalda	Tallinna Reaalkool	11	24	14	38
Andres Unt	Tallinna Reaalkool	12	15	15	30
Toomas Tennisberg	Tartu Kesklinna Kool	9	14	9	23
Hartvig Tooming	Tallinna Prantsuse Lütseum	11	12	9	21
Tähvend Uustalu	Tallinna Reaalkool	11	16	2	18
Kati Iher	Hugo Treffneri Güm.	10	16	2	18

IMO võistkonda said Richard Luhtaru, Oliver Nisumaa, Hendrik Vija, Joonas Jürgen Kisel ning Andres Unt. Kohast võistkonnas loobusid Kristjan Kongas ning ka esimene varuliige Taavet Kalda samal ajal toimunud rahvusvahelise füüsikaolümpiaadi tõttu. Seejuures Kristjan kaalus väga pikalt osalemist matemaatikaolümpiaadil, sest see oli tema jaoks viimaseks võimaluseks osaleda IMO-l, kus ta varem ei käinud. Siiski otsustas ta lõpuks ka sel aasta minna füüsikasse, et püüda seal kuldmedalit, mida tal nelja varasema korraga ei õnnestunud kätte saada. Paraku jäi seegi kord see talle püüdmatuks, ning tuli leppida hõbedaga.

## IMO

Rahvusvaheline matemaatikaolümpiaad (IMO) toimus 9.–16. juulil Hongkongis. Võistkonna juhendajad olid TÜ tehnoloogiainstituudi teadur Oleg Košik ning Cambridge'i ülikooli doktorant Heiki Niglas. Võistlus toimus tavapärasel formaadis (kahel päeval kummalgi 3 ülesannet).

Nimi	Ü11	Ü12	Ü13	Ü14	Ü15	Ü16	Kokku	Koht	Autasu
Oliver Nisumaa	7	2	0	7	0	0	16	253	pronksmedal
Joonas Jürgen Kisel	5	0	0	7	2	0	14	312	diplom
Richard Luhtaru	7	0	0	7	0	0	14	312	diplom
Hendrik Vija	5	0	0	6	0	0	11	379	
Kaarel Hänni	7	0	0	1	1	0	9	409	diplom
Andres Unt	0	1	0	0	2	0	3	501	

Kokku osales 602 õpilast 109 riigist. Mitteametlikus riikide järjestuses tuli Eesti 61. kohale, mida võib pidada paljude aastate keskmiseks.

Kui tavaliselt on IMO-l ülesanne 6 kõige raskem, siis sel aastal oli see üllatavalt jõukohane. Esitame siin selle ilusa ülesande.

**Ülesanne.** Tasandil on  $n \geq 2$  sirglõiku, millest iga kaks lõikuvad sisepunktides, kuid ükski kolmik ei lõiku ühes punktis. Joosetil



tuleb valida iga sirglõigu üks otspunkt ning paigutada sinna konn, näoga teise otspunkti poole. Seejärel ta plaksutab käsi  $n - 1$  korda. Iga kord kui ta plaksutab, hüppab iga konn koheselt edasi järgmisse lõikepunkti enda lõigul. Konnad ei muuda kunagi oma hüpete suunda. Joosep soovib paigutada konnad sellisel viisil, et ükski kaks neist ei satu kunagi samal hetkel samasse lõikepunkti.

- (a) Tõesta, et Joosep saab alati täita oma soovi, kui  $n$  on paaritu.
- (b) Tõesta, et Joosep ei saa kunagi täita oma soovi, kui  $n$  on paaris.

### “Balti Tee”

Võistkondlik Põhja-Euroopa maid hõlmav matemaatikavõistlus “Balti Tee” toimus 3.–7. novembril Soomes Oulus. Igat osalevat riiki esindab sel võistlusel viiest õpilasest koosnev võistkond, kes lahendab ülesandeid koos ja esitab igale ülesandele ühe lahenduse. Eesti võistkonda kuulusid Richard Luhtaru, Kaarel Hänni, Joonas Jürgen Kisel, Taavet Kalda ja Hendrik Vija. Võistkonna juhendajad olid TÜ tehnoloogiainstituudi teadur Oleg Košik ja TÜ arvutiteaduse instituudi magistrant Janno Veeorg.

Võistkond valiti sügise se lahtise võistluse vanema rühma ning eelneva õppeaasta võistluste tulemuste põhjal.

Sel aastal osalesid 11 traditsioonilist riiki, Eesti tuli nende hulgas 6. kohale. Ühelt poolt võib tulemus tunduda tagasiminekuaga võrreldes mulluse 3. kohaga, teiselt poolt oli viimase kümne aasta jooksul meie jaoks alles kolmas kord jõuda esikuuikusse. Samuti olime oma tulemusega lähemal esiotsa riikidele kui tagumisele otsale, millega kuulusime “kõrgemasse liigasse”.

Koht	Võistkond	Punkte
1.	Poola	95
2.	Peterburi	95
3.	Rootsi	89
4.	Leedu	87
5.	Saksamaa	75
6.	Eesti	70
7.	Taani	59
8.	Läti	50
9.	Soome	45
10.	Norra	37
11.	Island	20

Sel aastal oli võistluskomplektis 3 Eesti pakutud ülesannet. Esitame siin ühe neist, mille autoriks on Loughborough' Ülikooli doktorant Erik Paemurru.

**Ülesanne.** Leia kõik reaalarvud  $a$ , mille jaoks leidub mittekonstantne funktsioon  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , mis kõigi  $x \in \mathbb{R}$  korral rahuldab kahte järgmist võrrandit:

i)  $f(ax) = a^2 f(x)$  ja

ii)  $f(f(x)) = a f(x)$ .