

# Kokkuvõte õpilaste matemaatikavõistlustest aastal 2015

OLEG KOŠIK  
Tartu Ülikool

Aastal 2015 toimusid samad traditsioonilised matemaatikavõistlused nagu viimastel eelnevatel aastatel.

## Eesti võistlused

### Piirkonnavoore

Piirkonnavoore toimus 7. veebruaril tavakohaselt 7.–12. klasside õpilastele. Parimate tulemused esitame 7.–8. klasside osas, kellele olümpiaadi lõppvooru eraldi ei korraldata. Maksimaalne võimalik tulemus piirkonnavooru 7.–8. klassides oli 41 punkti.

#### 7. klass

Koht	Nimi	Kool	Punkte
1.	Artur Avameri	Miina Härma Gümnaasium	39
1.	Laura Pau	Miina Härma Gümnaasium	39
1.	Tuuli Tiivel	Gustav Adolfi Gümnaasium	39
4.	Rasmus Saame	Tallinna Merekalda Kool	38
5.	Kertu Liisa Lepik	Miina Härma Gümnaasium	37
5.	Christian Roos	Loo Keskkool	37
7.	Konstantin Dukatš	Narva Keeltelütseum	36

**8. klass**

Koht	Nimi	Kool	Punkte
1.	Uku Jõgi	Ilmatsalu Põhikool	40
2.	Andres Kauri	Kehtna Põhikool	39
3.	Erki Külaots	Miina Härma Gümnaasium	37
3.	Toomas Tennisberg	Tartu Kesklinna Kool	37
3.	Rene Piik	Tallinna Reaalkool	37
6.	Hannes Kuslap	Miina Härma Gümnaasium	36

**Lõppvoor**

Lõppvoor toimus 4.–5. aprillil. Igast klassist oli võistlusele kutsutud umbes 25 õpilast üle Eesti, järgudiplomid antakse orienteeruvalt 10 parimale. Kõigis klassides oli võimalik saada kuni 35 punkti.

Traditsiooni kohaselt osales 9. klassi arvestuses ka kaks külalisvõistlejat Soomest.

**9. klass**

Koht	Nimi	Kool	Punkte	Järk
1.	Ingrid Räästas	Rakvere Gümnaasium	34	I
2.	Hendrik Vija (6. kl.)	Miina Härma Gümnaasium	32	I
3.	Kati Iher	Tartu Descartes'i Kool	30	II
4.	Joosep Lehtinen	Forssan Keskuskoulu	29	II
4.	Karl Paul Parmakson (8. kl.)	Miina Härma Gümnaasium	29	II
6.	Loona Volke	Miina Härma Gümnaasium	28	III
6.	Joosep Pärn	Tallinna Inglise Kolledž	28	III
6.	Joosep Kaimre	Tartu Kivilinna Kool	28	III
9.	Maret Sõmer	Kärdla Ühisgümnaasium	27	III
9.	Kristjan Kõiv (8. kl.)	Rapla Vesiroosi Gümnaasium	27	III

**10. klass**

Koht	Nimi	Kool	Punkte	Järk
1.	Richard Luhtaru (8. kl.)	Miina Härma Gümnaasium	35	I
2.	Taavet Kalda	Gustav Adolfi Gümnaasium	34	I
2.	Kaarel Hänni	Tallinna Reaalkool	34	I
4.	Aaro Kristjuhan	Hugo Treffneri Gümnaasium	30	II
5.	Tähvend Uustalu	Tallinna Reaalkool	29	II
6.	Joonas Jürgen Kisel	Vanalinna Hariduskollegium	28	III
7.	Frida Laigu	Gustav Adolfi Gümnaasium	27	III
7.	Carel Kuusk	Tallinna Reaalkool	27	III
7.	Karolina Tammemaa	Nõo Realgümnaasium	27	III
7.	Hartvig Tooming	Tallinna Prantsuse Lütseum	27	III
7.	Mihhail Lebedev	Tallinna Tõnismäe Reaalkool	27	III

**11. klass**

Koht	Nimi	Kool	Punkte	Järk
1.	Kristjan Kongas	Tallinna Reaalkool	33	I
2.	Andres Unt	Tallinna Reaalkool	32	I
3.	Mirjam Iher	Hugo Treffneri Gümnaasium	26	II
3.	Markus Rene Pae	Gustav Adolfi Gümnaasium	26	II
5.	Oliver Nisumaa	Tallinna Reaalkool	25	II
5.	Taavet Kalda (10. kl.)	Gustav Adolfi Gümnaasium	25	II
7.	Alfred Saidlo	Tallinna Reaalkool	21	III
7.	Svenno Saan	Hugo Treffneri Gümnaasium	21	III

**12. klass**

Koht	Nimi	Kool	Punkte	Järk
1.	Triinu Veeorg	Tallinna Reaalkool	31	I
2.	Joonas Kalda	Tallinna Reaalkool	22	II
3.	Tiit Hendrik Piibeheht	Gustav Adolfi Gümnaasium	21	II
4.	Toom Lõhmus	Hugo Treffneri Gümnaasium	19	II

5.	Simmo Saan	Hugo Treffneri Gümnaasium	17	III
6.	Anti Kaar	Tallinna Reaalkool	16	III
7.	Hans Daniel Kaimre	Hugo Treffneri Gümnaasium	14	III
8.	Vadim Šved	Tallinna Tõnismäe Reaalkool	13	III

### Eriauhinnad

Nagu eelmiselgi aastal pani gümnaasiumi kolme klassi võitjatele Lions Club Tallinn Eesti välja 1000-eurose stipendiumi. Nii said 12. klassis selle Triinu Veeorg, 11. klassis Kristjan Kõngas, aga 10. klassis alles 8. klassis õppiv Richard Luhtaru.

Stipendiumi “Benoit Mandelbroti jälgedes”, mille pani välja Swedbanki juhatuse esimees Robert Kitt, pälvisid Andres Unt, Taavet Kalda, Kaarel Hänni, Ingrid Räästas ning 9. klassi arvetuses teiseks tulnud 6. klassi õpilane Hendrik Vija. Neist sai igakuks 150 eurot.

Selle õppeaasta kahe lahtise võistluse kokkuvõttes parimad nooremas ja vanemas rühmas said viimast korda eriauhinnad aktsiaseltsilt Ilves-Extra. Need pälvisid vastavalt Aaro Kristjuhan ja Joonas Kalda. Matemaatikaolümpiaadi pikaaegne toetaja Ilves-Extra lõpetas kahjuks järgmisel aastal oma tegevuse.

### Lahtised võistlused

Lahtised võistlused toimusid 26. septembril ja 13. detsembril, 7 kohas üle Eesti. Kui varasematel aastatel toimus sügisene lahtine võistlus alati oktoobri esimesel laupäeval, siis sellest aastast otsustati seda võistlust hakata korraldama septembri viimasel laupäeval. Põhjusi oli kaks. Ühelt poolt toimuvad oktoobri esimesel laupäeval Põhja-Ameerika ülikoolide sisseastumiskatsed, mis muutusid tugevamate õpilaste hulgas viimastel aastatel populaarseteks. Teiseks aga soovivad Balti Tee võistluse korraldajad võimalikult varakult teada osalejate nimesid, ning varasem võistluse aeg aitab sellele kaasa.

Nagu tavaks, võisteldi kahes vanuseastmes – nooremas ja vanemas rühmas. Nooremas tohivad võistelda kuni 10. klassi õpilased,

vanemas aga kõik huvilised. Sel aastal anti mõlemal võistlusel lahendamiseks nii nooremas kui vanemas rühmas 6 ülesannet, maksimumne võimalik punktisumma oli 42 punkti. Nende 6 ülesande hulgas on 2 esimest ülesannet eeldatavalt teistest lihtsamad ning jõukohased enamikule osalejatele.

Lihtsate ülesannete sissetoomine avaldas positiivset mõju osalejate arvule ja nii osales lahtistel võistlustel viimase 9 aasta rekordarv osalejaid, nii sügisel kui talvisel võistlusel. Sügisel lahtisel võistlusel osales 176 õpilast nooremas rühmas ning 109 vanemas. Talvisel lahtisel oli nooremas rühmas osalejaid 120 ning vanemas 76. Märkime, et osalejate arvu langus talvisel võistlusel on tavapärane ning võib olla seletatav jõulueelseks ajaks kogunenud kooliväsimusega.

### Sügisene võistlus, noorem rühm

Koht	Nimi	Kool	Klass	Punkte	Järk
1.	Kati Iher	Hugo Treffneri Gümnn.	10	42	I
2.	Karl Paul Parmakson	Miina Härma Gümnn.	9	41	I
3.	Nikita Leo	Gustav Adolfi Gümnn.	10	39	II
4.	Hannes Kuslap	Miina Härma Gümnn.	9	35	II
5.	Toomas Tennisberg	Tartu Kesklinna Kool	9	34	II
6.	Artur Avameri	Miina Härma Gümnn.	8	30	III
6.	Sullo Saan	Tartu Kivilinna Kool	9	30	III
8.	Joosep Kaimre	Hugo Treffneri Gümnn.	10	29	III
8.	Roman Oleinik	Narva Pähklikmäe Gümnn.	10	29	III
10.	Peter Alex Mahhov	Tallinna Inglise Kolledž	10	28	III

### Sügisene võistlus, vanem rühm

Koht	Nimi	Kool	Klass	Punkte	Järk
1.	Oliver Nisumaa	Tallinna Reaalkool	12	42	I
1.	Kristjan Kongas	Tallinna Reaalkool	12	42	I
1.	Kaarel Hänni	Tallinna Reaalkool	11	42	I

1.	Richard Luhtaru	Miina Härma Gümnn.	9	42	I
5.	Joonas Jürgen Kisel	Vanalinna Hariduskolleeegium	11	40	II
6.	Hendrik Vija	Miina Härma Gümnn.	8	36	II
7.	Taavet Kalda	Tallinna Reaalkool	11	34	II
8.	Hartvig Tooming	Tallinna Prantsuse Lütseum	11	32	III
8.	Tähvend Uustalu	Tallinna Reaalkool	11	32	III
10.	Andres Unt	Tallinna Reaalkool	12	31	III
10.	Mirjam Iher	Hugo Treffneri Gümnn.	12	31	III

### Talvine võistlus, noorem rühm

Koht	Nimi	Kool	Klass	Punkte	Järk
1.	Kati Iher	Hugo Treffneri Gümnn.	10	42	I
2.	Kristjan Kõiv	Rapla Vesiroosi Gümnn.	9	39	II
3.	Loona Volke	Hugo Treffneri Gümnn.	10	38	II
4.	Karl Paul Parmakson	Miina Härma Gümnn.	9	36	II
5.	Nikita Leo	Gustav Adolfi Gümnn.	10	34	III
5.	Roman Oleinik	Narva Pähklikimäe Gümnn.	10	34	III
7.	Konstantin Dukatš	Narva Keeltelütseum	8	32	III
8.	Toomas Tennisberg	Tartu Kesklinna Kool	9	31	III
8.	Silvia Hiie Aabloo	Hugo Treffneri Gümnn.	10	31	III
8.	Karl Viik	Saaremaa Ühisgümnn.	10	31	III

### Talvine võistlus, vanem rühm

Koht	Nimi	Kool	Klass	Punkte	Järk
1.	Richard Luhtaru	Miina Härma Gümnn.	9	41	I
2.	Kristjan Kongas	Tallinna Reaalkool	12	40	I
3.	Taavet Kalda	Tallinna Reaalkool	11	39	I
4.	Oliver Nisumaa	Tallinna Reaalkool	12	36	II

4.	Joonas Jürgen Kisel	Vanalinna Hariduskolleegium	11	36	II
6.	Kaarel Hänni	Tallinna Reaalkool	11	33	II
7.	Svenno Saan	Hugo Treffneri Gümnn.	12	31	II
8.	Rasmus Jaagant	Hugo Treffneri Gümnn.	11	26	III
8.	Hendrik Vija	Miina Härma Gümnn.	8	26	III

## Rahvusvahelised võistlused

### Soome olümpiaad

Kahel Eesti põhikooli lõpuklassi õpilasel on alates 1992. aastast olnud võimalus osaleda Soome põhikoolide matemaatikavõistluse lõppvõistlusel, omakorda kaks Soome õpilast osalevad meie olümpiaadil 9. klassi arvestuses. Seekord peeti Soome põhikooli olümpiaadi lõppvoor 30. jaanuaril Helsingis. Eesti õpilastest osalesid Kati Iher (Tartu Descartes'i Kool) ning Joosep Pärn (Tallinna Inglise Kolledž), kes tulid vastavalt 3. ja 4. kohale. Õpilaste saatjaks oli TÜ matemaatika instituudi lektor Hannes Jukk.

### IMO valikvõistlus

Rahvusvahelise matemaatikaolümpiaadi valikvõistlus toimus alates sellest aastast kahevoorulisena: 16.–17. aprillil ja 6.–7. mail. Esimeses voorus osales 20 õpilast, kellest teisse vooru kutsuti 10 parimat. Lisaks lubati osaleda teises voorus kahel õpilasel, kes ei saanud mõjuval põhjusel osaleda esimeses voorus. Mõlemad voorud järgisid IMO formaati: kahel päeval anti kummalgi lahendada 3 ülesannet, millest igaüks maksis 7 punkti.

Otsustasime teha valikvõistluse kahevoorulisena kahel põhjusel. Esiteks, pikem valikvõistlus vähendab oluliselt juhuslikkust, mis tihti kaasnes vaid 6 ülesandega, ning annab võimaluse valida võistkond tuginedes selle tulemustele, jättes kõrvale subjektiivse varasemate võistluste arvestamise. Teiseks aga pakub teine voor õpilastele täiendava korralikul tasemel reaalse võistluskogemuse, mida ei saa luua treeningvõistluste abil.

Nimi	Kool	Klass	I voor	II voor	Kokku
Joonas Kalda	Tallinna Reaalkool	12	19	34	53
Triinu Veeorg	Tallinna Reaalkool	12	24	26	50
Oliver Nisumaa	Tallinna Reaalkool	11	17	24	41
Richard Luhtaru	Miina Härma Güm.	8	18	15	33
Simmo Saan	Hugo Treffneri Güm.	12	10	16	26
Andres Unt	Tallinna Reaalkool	11	17	9	26
Joonas Jürgen Kisel	Vanalinna Hariduskolleeegium	10	10	15	25
Kaarel Hänni	Tallinna Reaalkool	10	21	4	25
Tähvend Uustalu	Tallinna Reaalkool	10	16	2	18
Mirjam Iher	Hugo Treffneri Güm.	11	12	5	17
Kristjan Kongas	Tallinna Reaalkool	11	-	16	-

Märgime, et Kaarel Hänni osales teises voorus ainult ühel päeval, kuivõrd eelistas sel aastal minna matemaatikaga samal ajal toimunud rahvusvahelisele füüsikaolümpiaadile. Märgime etterutavalt, et kahel järgmisel aastal otsustas Kaarel taas matemaatika kasuks. Ka Kristjan Kongas eelistas osalemist füüsikaolümpiaadil.

IMO võistkonda said Joonas Kalda, Triinu Veeorg, Richard Luhtaru, Oliver Nisumaa, Simmo Saan ja Andres Unt.

## IMO

Rahvusvaheline matemaatikaolümpiaad (IMO) toimus 8.–16. juulil Tai põhjaosas Chiang Mais. Võistkonna juhendajad olid TÜ matemaatika instituudi dotsent Urve Kangro ning värskelt TÜ matemaatika instituudis doktorikraadi kaitsnud Oleg Košik. Võistlus toimus tavapärasel formaadis (kahel päeval kummalgi 3 ülesannet).

Nimi	Ül 1	Ül 2	Ül 3	Ül 4	Ül 5	Ül 6	Kokku	Koht	Autasu
Joonas Kalda	7	0	0	7	0	1	15	217	pronksmedal
Triinu Veeorg	4	0	0	7	2	0	13	283	diplom
Oliver Nisumaa	7	1	0	0	1	0	9	365	diplom
Richard Luhtaru	7	0	0	0	0	0	7	420	diplom

Simmo Saan	2	0	0	0	3	0	5	449
Andres Unt	1	0	0	0	1	0	2	508

Väga õnnetus läks Triinul, kellel jäi medalist puudu vaid 1 punkt, kusjuures tervelt kahes ülesandes kaotas ta punkti üsna õnnetus kombel. Kokku osales 577 õpilast 104 riigist. Mitteametlikus riikide järjestuses tuli Eesti 70. kohale.

Esitame siin ülesande 1, mis oli võistluskomplekti üks ilusamaid. **Ülesanne.** Ütleme, et tasandi punktide lõplik hulk  $\mathcal{S}$  on *tasakaalus*, kui hulga  $\mathcal{S}$  iga kahe erineva punkti  $A$  ja  $B$  korral leidub selline hulga  $\mathcal{S}$  punkt  $C$ , et  $AC = BC$ . Ütleme, et hulk  $\mathcal{S}$  on *keskpunktideta*, kui hulga  $\mathcal{S}$  mitte ühegi kolme erineva punkti  $A$ ,  $B$  ja  $C$  korral ei leidu sellist hulga  $\mathcal{S}$  punkti  $P$ , mille korral  $PA = PB = PC$ .

- Näidata, et iga täisarvu  $n \geq 3$  korral leidub  $n$  punktist koosnev tasakaalus hulk.
- Leida kõik sellised täisarvud  $n \geq 3$ , mille korral leidub  $n$  punktist koosnev keskpunktideta tasakaalus hulk.

### “Balti Tee”

Matemaatikavõistlus “Balti Tee” toimus 5.–9.11 Stockholmis. Igat osalevat riiki esindab sel võistlusel viiest õpilasest koosnev võistkond, kes lahendab ülesandeid koos ja esitab igale ülesandele ühe lahenduse. Eesti võistkonda kuulusid Kristjan Kongas, Oliver Nisumaa, Richard Luhtaru, Kaarel Hänni ja Joonas Jürgen Kisel. Võistkonna juhendajateks olid TÜ matemaatika instituudi õppejõud Oleg Košik ja sama instituudi 3. aasta üliõpilane Janno Veeorg.

Võistkond valiti sügise lahtise võistluse vanema rühma ning eelneva õppeaasta võistluste tulemuste põhjal.

Sel aastal osalesid kõik 11 traditsioonilist riiki, lisaks külalisena tugev Holland. Saksamaa on tavapärastel esindatud põhjapoolsete liidumaadega.

Meie õpilased saavutasid suurepärase 3. koha, jõudes esikolmikusse esmakordselt peale 2003. aastat. Märkimisväärne oli ka Hollandi edestamine, sest Holland oli rahvusvahelisel matemaatikaolümpiaadil viimastel aastatel Euroopa riikede seas paremate hulgas, ning juhendajate kinnitusel osaleti oma parimas koosseisus.

Meie edu tagas kõigi õpilaste ühtne panus lõpptulemusse, kellelgi võistlus ei ebaõnnestunud. Lahendati ära kõik jõukohased ülesanded, aga ka mõni raskem. Peab tunnistama, et selline tulemus tuli nii õpilastele kui juhendajatele suure, aga muidugi väga meeldiva üllatusena.

Koht	Võistkond	Punkte
1.	Peterburi	83
2.	Poola	80
3.	Eesti	65
4.	Holland	62
5.	Rootsi	60
6.	Leedu	56
6.	Saksamaa	56
8.	Taani	44
9.	Soome	40
10.	Norra	38
11.	Island	37
12.	Läti	36

Olümpiaadi lõpetamine toimus Stockholmi uhkes raekojas, saalis, kus igaaastaselt toimub Nobeli preemia laureaatide pidulik bankett. Üritusele lisasid kaalu Stockholmi linnaepea ning Rootsi haridusministri osavõtt. Isegi rahvuvaheline matemaatikaolümpiaad ei saa mõnikord uhkustada nii kõrgete külaliste tähelepanuga.

Esitame siin algebra ülesannete hulgast kõige raskema. Meie õpilased lahendasid selle ühena kahest võistkonnast maksimumpunktidele.

**Ülesanne.** Olgu  $n > 1$  täisarv. Leia kõik mittekonstantsed reaalarvulised polünoomid  $P(x)$ , mis iga reaalarvu  $x$  korral rahuldavad võrdsust

$$P(x)P(x^2)P(x^3) \cdots P(x^n) = P\left(x^{\frac{n(n+1)}{2}}\right).$$