

TUULEGENERAATORITEST JA LAMB'I LAINETEST

Gert Tamberg

Tallinna Tehnikaülikool

1. Sissejuhatus

Tõuke käesoleva ülevaate koostamiseks andis autorile osalemine projektis „Smart Embedded Sensor System“ (SESS), mille eesmärgiks on välja töötada tuulegeneraatorite labade monitooringusüsteem. Idee oli kasutada labade oleku kontrolliks Lamb'i laineid. Süsteemi esimesed prototüübid installeeriti tuulegeneraatoritele 2011. aasta lõpul.

Esmalt vaatleme, miks sellise süsteemi järele vajadus tekkis.

2. Tuulegeneraatorid

Generaatori labad kannavad väga suuri mehaanilisi koormusi, mis sõltuvad väga paljudest sisemistest ja välistest asjaoludest. Labade ja nende hoolduse kulud moodustavad olulise osa (kuni 30%) tuulegeneraatori kogu elutsükli kuludest. Seetõttu ollakse huvitatud labade korrasoleku kontrollimise meetoditest, mis ei nõua tuuliku seiskamist.

Tuulegeneraatorite labad on reeglina valmistatud komposiitmaterjalidest, sest tähtis on materjali kergus ning tugevus. Epoksiidkomposiitmaterjalid on erakordselt kerged, kuid samas ka kergestipurunuvad ning haprad.

Tuuliku laba koosneb karkassist ja õhukesest koorikust (joonis 1). Et laba on valmistatud komposiitmaterjalidest, siis on üks peamisi probleeme see, et kiudarmatuur (klaasriie) suudab kanda

Artikkel põhineb 2010. aastal XII Eesti matemaatika päeval 29. juunil Türi saalus peetud ettekandel „Tuulegeneraatoritest ja Lamb'i lainetest“.



Joonis 1. Tuulegeneraatori laba ehitus.

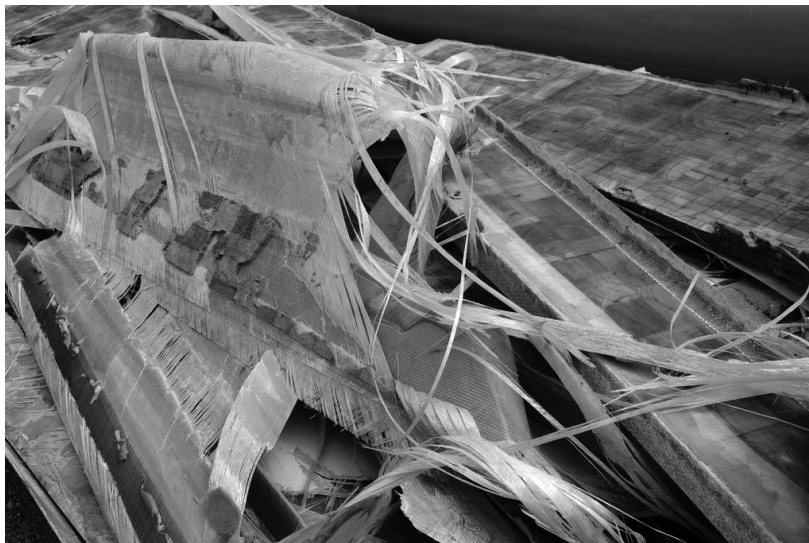
ainult teljesuunalist koormust. Ristisuunas kiudarmatuur tugevust ei suurenda, vaid võib seda isegi vähendada.

Lisaks konstruktsiooni tekkivatele pragudele on tüüpiliseks labade purunemise põhjuseks komposiidikihtide irdumine (joonis 2), mida algjärgus on välise vaatlusega raske avastada.

Seega on ilmne vajadus seadmete järele, mis võimaldavad jälgida labade seisundit töötava generaatori korral. Üheks võimaluseks on paigaldada tiibadele pinnalaineid genereerivad ja vastuvõtavad elemendid. Arvestades, et pragude tekkimisel lainete levikeskkond muutub, saame seda muutust õigeaegselt registreerides paljudel juhtudel vältida laba purunemist. Laba seisundi pidev jälgimine võimaldab samuti vähendada tuulegeneraatori seiskamist nõudvate hooldustööde sagedust.

3. Lamb'i lained

Konstruktsioonide mittepurustav kontrollimine, mis põhineb ultrahelilainetel, on tänapäeval aktuaalne mitmes tööstusharus, kus on vaja hinnata konstruktsioonide töökindlust, et vältida võimalikke õnnetusi. Sellel meetodil on võimalik avastada näiteks pragusid ja



Joonis 2. Komposiidikihtide irdumise tõttu purunenud laba.

muid defekte suurtes plaadilaadsetes objektides ja torustikes. Kontrollimeetodi idee seisneb selles, et uuritavasse konstruktsiooni saadetakse kindlate karakteristikutega ultrahelisignaal, mis siis iseärasustelt peegeldudes võimaldab kirjeldada nende omadusi.

Plaadilaadsete konstruktsioonide korral on selgunud, et kõige otstarbekam on kasutada Lamb'i laineid.

Lamb'i lainete teooria töötas välja H. Lamb¹ 1916. aastal, uurides lainete levimist lõpmatus õhukeses plaadis. Tulemused avaldas ta artiklis [7] aastal 1917. Idee oli otsida lainevõrrandi sinusoidaalseid lahendeid vastavate rajatingimustega. Seega y -telje suunas nihked puuduvad ning x - ja z -telje suunas on nihked antud kujul

$$\begin{aligned}\xi &= A_x f_x(z) e^{i(kx - \omega t)}, \\ \zeta &= A_z f_z(z) e^{i(kx - \omega t)}.\end{aligned}$$

Vaadeldes plaati paksusega $2h$, saame Rayleigh-Lamb'i võrrandid

$$\frac{\tan(qh)}{\tan(ph)} = -\frac{4k^2 pq}{(q^2 - k^2)^2}, \quad (1)$$

¹Sir Horace Lamb (1849–1934), briti rakendusmatemaatik. Peamised tööd hüdrodünaamika ja lainelevi alal. Londoni Matemaatika Seltsi president 1902–1904.

$$\frac{\tan(qh)}{\tan(ph)} = -\frac{(q^2 - k^2)^2}{4k^2 pq}. \quad (2)$$

Siin $k := 2\pi/\lambda$ on lainearv (λ on lainepikkus), $\omega := 2\pi f$ nurksagedus (f on sagedus), ning

$$p^2 := \frac{\omega^2}{c_L^2} - k^2, \quad q^2 := \frac{\omega^2}{c_T^2} - k^2$$

(c_L ja c_T on vastavalt piki- ja ristilaine levikukiirus). Karakteristlik võrrand (1) tekitab sümmeetrilised lained, karakteristlik võrrand (2) aga antisümmeetrilised lained.

Lamb'i lainete teooriat on hiljem üldistatud ka keerulisematele juhtudele [11]. Meie rakenduse seisukohalt pakub huvi komposiitmaterjalide käsitus [8, 10]. Et probleemi analüütiline lahendamine on keerulisematel juhtudel raske (või üldse võimatu), siis lahendatakse teda tavaliselt ligikaudselt lõplike elementide meetodil.

4. Lained õhukeses plaadis

Õhukeses plaadis esineb korraga mitut erinevat tüüpi laineid. Esimajoones levivad seal pikilained. Pinnalainetest saame eristada ühe vaba pinnaga objektide pinna läheduses levivaid Rayleigh' laineid



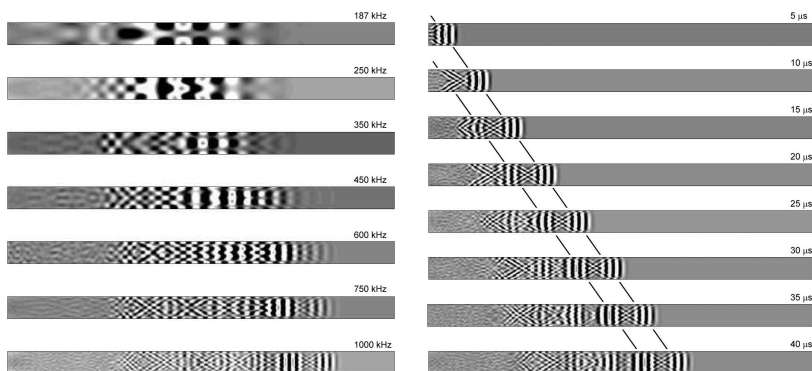
ning õhukeste plaatide korral tekkivaid Lamb'i laineid. Lamb'i lainete korral eksisteerivad erinevad sümmeetrilised



ja antisümmeetrilised lainekujud

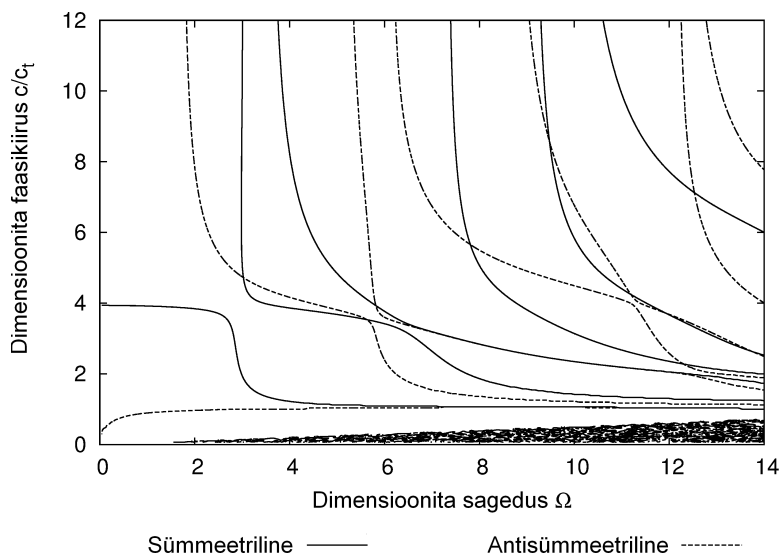


Kahte viimast lainekuju märgitakse tavaliselt vastavalt tähistega S_k ja A_k ($k = 0, 1, \dots$). Kõikidel sagedustel on olemas kujud S_0 ja A_0 . Materjali resonantssagedusel tekivad kujud S_1 ja A_1 . Kui sagedus ületab kahekordse resonantssageduse, siis tekivad kujud S_2 ja A_2 . Seega kahe- ja kolmekordse resonantssageduse vahel eksisteerib uuritavas konstruktsioonis koos erinevat lainekuju.



Joonis 3. Lamb'i lainete levimise sõltuvus sagedusest.

Lamb'i lainete levimisel materjalis esineb dispersioon, st erinevad sagedused levivad erineva kiirusega (joonis 3). Lamb'i lainete levimist mitmesugustes materjalides iseloomustavad dispersioonikõverad (joonis 4), mis näitavad lainepaketi levimiskiiruse sõltuvust sagedusest. Kõrgematel sagedustel on S_0 ja A_0 levimiskiirused peaaegu konstantsed, lähenedes asümptootiliselt Rayleigh' lainete levimiskiirusele. Lamb'i lainete kasutamiseks püütakse iga uuritava objekti korral leida dispersioonikõverad. Kõrgemat jär-



Joonis 4. Näide dispersioonikõveratest [3].

ku lainekujude levimiskiirus sõltub harilikult tugevasti sagedusest, mistõttu praktikas on kasutatavaim S_0 . Materjali defektidel tekivad tavaliselt kõrgemat järku lainekujud, mille registreerimine võimaldab defekte lokaliseerida.

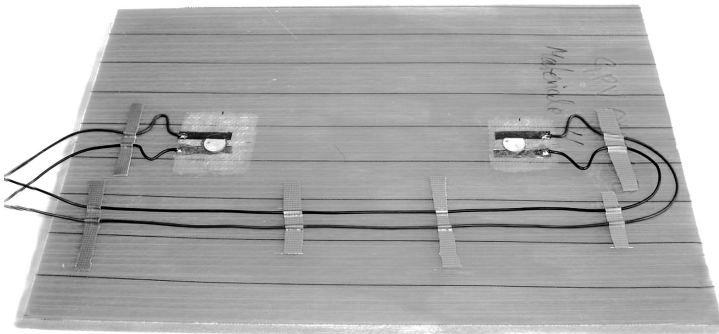
5. Praktiline rakendamine

Lamb'i laineid kasutatakse konstruktsioonide uurimiseks nii, et konstruktsiooni mingisse punkti saadetakse lainepakett ja sensorite abil registreeritakse vastavatesse punktidesse levinud lainepakett. Defekti korral tekivad lainepaketis muutused, mille iseloom võimaldab analüüsida defekti tüüpi ja asukohta. Tavaliselt kasutatakse piesoelemente (joonis 5), mis töötavad nii lainete generaatoritena kui ka sensoritena.

Et tuulegeneraatori labad on üsna keerulise konstruktsiooniga, siis ei ole lainepaketi optimaalse kuju leidmine elementaarne ülesanne. Seetõttu vaatleme lainete levikut labades erinevate koormuste (joonis 6) ja defektide korral, kasutades lihtsama kujuga lainepakette. Üks võrdlemisi paindlik lainepaketi kuju on Gaussi siristussignaali (*chirp*, joonis 7), mis on küllaltki laia spektriga:

$$g_{t_k, \alpha, \beta, \omega}(t) := \sqrt[4]{\frac{\alpha}{\pi}} e^{-\frac{1}{2}\alpha(t-t_k)^2 + i(t-t_k)(\frac{1}{2}\beta(t-t_k) + \omega)}.$$

Siin on tegemist Gaussi aknafunktsiooniga korrutatud siristussignaali. Me võime modelleerida Lamb'i lainekujusid sobivate siristussignaalidega ning kasutada andmete analüüsiks näiteks sirikute teisendust (*chirplet transform*) [6].



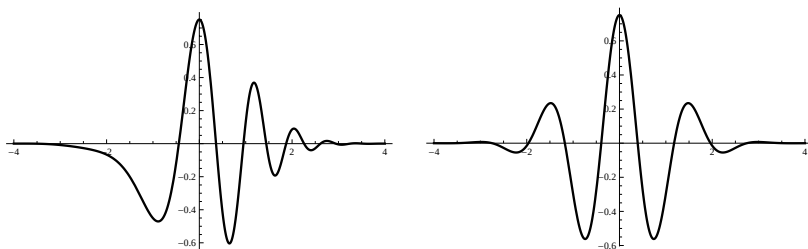
Joonis 5. Piesoelemendid õhukesel klaasplastil.



Joonis 6. Tuulegeneraatori koormatud laba.

Uuritava konstruktsiooni kohta võime saada täpsemat infot, kui ühe elemendi asemel kasutame tervet piesoelementide massiivi. Siinjuures tuleks vaadelda mitmesuguseid aspekte.

Et ühe piesoanduri suunadiagrammiks on ringjoon, siis võtavad need andurid signaale vastu igast suunast sama tugevusega. Et aga projekti eesmärgiks on komposiitmaterjali defektide lokaliseerimine, siis oleks soovitatav uuritavasse konstruktsiooni saadetud ultrahelisignaali võtta vastu kindlast suunast. Samuti oleks mõistlik valida ka signaali allikas selliselt, et tema suunadiagrammi oleks võimalik juhtida. Piesoelementide massiiv võimaldab juba küllalt-



Joonis 7. Gaussi siristussignaali kujud.

ki väikese elementide arvu korral saada piisavalt kitsa suunadiagrammi. Siinjuures on massiivi elementidesse saadeta signaali kuju juhtimisega (lihtsamal juhul sobivate ajaliste nihete valimisega) võimalik pöörata suunadiagrammi maksimumi sobiva nurga võrra. Piesoelementide massiivi saab kasutada nii signaali genereerimise kui ka vastuvõtmise juures [10, 13]. Sama sensorite massiivi on võimalik kasutada nii konstruktsiooni saadatud kõrgsagedusliku signaali vastuvõtuks kui ka konstruktsiooni madalsageduslike vibratsioonide analüüsiks.

Suunadiagrammi juhtimine (*beamforming*) seisneb selles, et signaal esitatakse m sensori signaalide kaalutud keskmisena

$$z(\mathbf{r}, t) = \sum_{k=1}^m w_k f_k(\mathbf{r} - \mathbf{s}_k, t - \Delta_k), \quad (3)$$

kus $f_k(\mathbf{r}_k, t)$ on k -nda sensori signaal, Δ_k vastava sensori ajanihe ning w_k kaal. Kui võtta koordinaatsüsteemi alguspunktiks sensorite massiivi keskpunkt, siis $\mathbf{r}$ on meid huvitava punkti kohavektor ja $\mathbf{s}_k$ on k -nda sensori kohavektor. Sel juhul

$$\sum_{k=1}^m \mathbf{s}_k = 0.$$

Reeglina rihitakse suunadiagrammi maksimumi nihete Δ_k abil, kaalude w_k abil muudetakse diagrammi kuju (näiteks minimeeritakse kõrvalmaksimume).

Vaatleme juhtu, mille korral: 1) kõik massiivi elemendid asuvad samal tasandil; 2) kõik elemendid on punktallikad; 3) signaal on monokromaatiline (ainult üks sagedus); 4) kõik elemendid saadavad samaaegselt sama signaali. Nendel eeldustel saame seose (3) esitada kujul

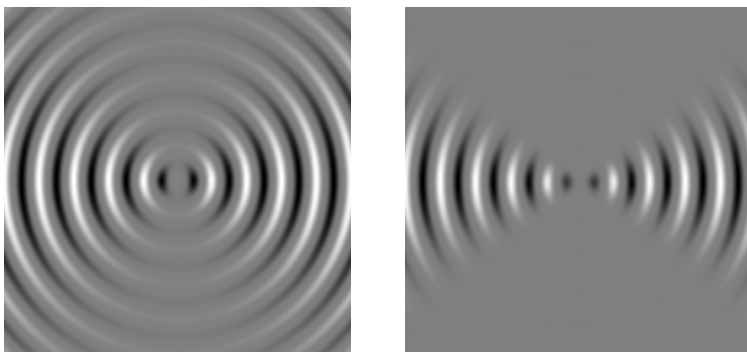
$$z(\mathbf{r}, t) = f\left(t - \frac{|\mathbf{r}|}{c}\right) \text{BF}(w_k, \mathbf{r} - \mathbf{s}_k),$$

kus c on laine levimiskiirus ja BF suunakordaja, mis sõltub maksimumi suunda näitavast nurgast φ :

$$\text{BF}(w_k, \mathbf{r} - \mathbf{s}_k) = \sum_{k=1}^m \frac{w_k}{\sqrt{\|\mathbf{r} - \mathbf{s}_k\|}} \exp\left(j\omega \frac{1 - \frac{\|\mathbf{r} - \mathbf{s}_k\|}{\|\mathbf{r}\|}}{c} \Delta_k(\varphi)\right),$$

kus ω on nurksagedus. Suunakordaja maksimaalne väärtus m sensori korral on $\text{BF} = m$: signaal on m korda tugevam (joonis 8).

Piesoelementide massiivide juures on probleemiks massiivi elementide asukoht uuritaval konstruktsioonil. Elementide reaalne



Joonis 8. Monokromaatiline signaal. Vasakul kolm, paremal viis üksteisest veerandlainepikkuse kaugusel olevat signaalliallikat.

asukoht ei pruugi võimaldada rakendada piisavalt kiireid signaalitöötlusalgoritme. Kasutades valimride teooriat (vt [2, 4, 5, 9]), on võimalik luua reaalse sensorite ning signaalitöötlusalgoritmide vahele lisakiht. Selle lisakihi ülesanne oleks tekitada reaalsest sensoritest saadud info põhjal virtuaalsed sensorid, mille asukoht oleks vastava signaalitöötlusalgoritmi jaoks optimaalne: sensoritelt pinnapunktides $P_k(x_k, y_k)$ ($k \in I$) kogume mõõtmistulemused $f(x_k, y_k, t)$ ning sobivat valimioperaatorit

$$Sf(x, y, t) = \sum_{k \in I} f(x_k, y_k, t) s_k(x, y, t)$$

rakendades arvutame vastava info punktis $P(x, y)$. Sellega oleme sisuliselt saanud virtuaalse sensori punktis $P(x, y)$.

Sarnase idee on välja pakkunud S. Berger oma artiklis [1], mis kirjeldab tehnikat suunadiagrammi juhtimise tarvis ühtlaste vahedega virtuaalsete sensorite massiivi konstrueerimiseks, kasutades reaalse sensorite hõredat massiivi.

Lamb'i lainetel esineb kõrgemate sageduste juures alati mitu erinevat lainekuju. Et erinevad lainekujud levivad erineva kiirusega, siis on täpsemate tulemuste saamiseks mõistlik kasutada ühte kuju. Muul kujul levivaid Lamb'i laineid võib käsitleda mürana, mis tuleb summutada. Ühe piesoelemendi korral on meil reeglina olemas kõikvõimalikud lainekujud, seega oleks mõistlik uuritavasse konstruktsiooni saata ultrahelisignaal piesoelementide massiivi abil. Massiivi elementidesse saadetava signaali kuju juhtimine võimaldab genereerida maksimaalse energiaga soovitud lainekuju, minimeerides mittevajalike lainekujude energia [12].

Kirjandus

1. S. D. Berger. Nonuniform sampling reconstruction applied to sparse array beamforming. *Radar Conference, 2002. Proceedings of the IEEE*, 2002, 98–103.
2. P. L. Butzer, W. Splettstößer, R. L. Stens. The sampling theorems and linear prediction in signal analysis. *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, **90** (1), 1988, 1–70.
3. M. Conry. Notes on wave propagation in anisotropic elastic solids, 2005. http://www.acronymchile.com/anisotropic_with_lamb_waves.pdf.
4. J. R. Higgins. *Sampling Theory in Fourier and Signal Analysis*. Clarendon Press, Oxford, 1996.
5. A. Kivinukk, G. Tamberg. Interpolating generalized Shannon sampling series. *Sampling Theory in Signal and Image Processing*, **8** (1), 2009, 77–95.
6. H. Kuttig, M. Niethammer, S. Hurlebaus, L. J. Jacobs. Model-based analysis of dispersion curves using chirplets. *Journal of the Acoustical Society of America*, **119** (4), 2006, 2122–2130.
7. H. Lamb. On waves in an elastic plate. *Proceedings of the Royal Society A*, **93** (648), 1917, 114–128.
8. G. R. Liu, Z. C. Xi. *Elastic Waves in Anisotropic Laminates*. CRC Press, 2002.
9. F. Marvasti. *Nonuniform Sampling, Theory and Practice*. Kluwer Academic/Plenum Publishers, New York, 2001.
10. C. T. Ng, M. Veidt. A Lamb-wave-based technique for damage detection in composite laminates. *Smart Materials and Structures*, **18** (7), 074006, 2009.
11. I. A. Viktorov. *Rayleigh and Lamb Waves: Physical Theory and Applications*. Plenum Press, New York, 1967.
12. B. Xu, V. Giurgiutiu. Single mode tuning effects on Lamb wave time reversal with piezoelectric wafer active sensors for structural health monitoring. *Journal of Nondestructive Evaluation*, **26** (2–4), 2007, 123–134.
13. L. Yu, V. Giurgiutiu. In-situ optimized PWAS phased arrays for Lamb wave structural health monitoring. *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, **2** (3), 2007, 459–489.