

Akadeemik Ülo Lumiste 80



30. juunil 2009 tähistas akadeemik ÜLO LUMISTE oma 80. sünnipäeva. Avaldame juubeliüritusel esinenud armeenia professori V. A. MIRZOJANI ja Tartu Ülikooli emeriitprofessori MAIDO RAHULA kõned.

Akadeemik Ülo Lumiste juubeliks

”Sõna ... mis tuleb südame põhjast”

Grigor Narekatsi

Armeenia luuletaja, X saj.

Armsad Eesti sõbrad! Täna oleme tulnud kokku, et avaldada austust silmapaistvale eesti matemaatikule, Eesti TA liikmele, füüsika-matemaatikadoktor professor ÜLO LUMISTELE. Professor Ü. Lumiste rohkem kui 50-aastane teadus- ja pedagoogiline tegevus on kulgenud kuulsas Tartu Ülikoolis, mis on Eesti teaduse ja hariduse uhkuseks. 19. sajandil ja 20. sajandi algul kujunes Tartu Ülikoolis teadusmaailmale üsna tuntud geomeetriaalaste uurimuste traditsioon. Siin peaksime esmajoones nimetama selliseid nimesid nagu J. M. C. BARTELS, C. E. SENFF, E. F. A. MINDING, K. PETERSON, T. CLAUSEN, J. SARV, J. NUUT. 20. sajandi teisel poolel, jätkates oma eelkäijate traditsioone, pani professor Ü. Lumiste Tartu Ülikoolis aluse geomeetria seminarile, mille juhenda-

jaks oli ta üle 30 aasta. Algebra ja geomeetria kateedri juhatajana, rahvusvaheliste konverentside ning seminaride eestvedajana suutis professor Lumiste luua Tartu Ülikooli juures laialt tuntud geomeetriaalase keskuse. Tartu Ülikooli poolseid arvamusi geomeetriaateemaliste väitekirjade kohta loeti alati autoriteetseiks ning ülimalt kompetentseiks. Professor Lumiste arvamus paljudes geomeetriaat puudutavates küsimustes oli ja on jätkuvalt kõrgelt hinnatud.

Head sõbrad! Igal rahval, kui lubatakse nii väljendada, on oma leitnandid ja oma kaptenid. Kuid igal rahval on ka oma kindralid ja admiralid. Kui kasutada sellist terminoloogiat, võime julgelt lausuda, et professor Lumiste on üks säravaim kindral Eesti teaduses. Muljeltavaldavalt lai on tema teaduslike huvide spekter: afinne, projektiivne ja eukleidiline geomeetria, Riemanni ja pseudo-Riemanni ruumid ning nende alammuutkonnad, seostuste teooria, kalibratsiooniväljad, geomeetria alused, matemaatika ajalugu. Kõikides nimetatud valdkondades on temapoolne panus olnud märkimisväärne. Hiljuti Ameerika kirjastuses Springer ilmunud monograafia *Semiparallel Submanifolds in Space Forms* on krooniks professor Lumiste viimase 25 aasta loomingulisele tegevusele. Selle suurteose näitel võime endale ette kujutada professor Lumiste tulemuste põhjalikkust ja täiuslikkust mitmes geomeetria valdkonnas. Selle monograafia põhjal võib ka mõista, et pole lihtne sammuda professor Lumiste jälgedes orienteerumaks struktuurides, mis on tema poolt loodud poolparalleelsete alammuutkondade teooria aluseks. Mul on heameel, et selles teoses on käsitletud ka minu uurimistulemusi.

Professor Lumiste isiksus on unikaalne, kuna ta on üks vähestest tänapäeva teadlastest, kes põhjalikult tunneb nii klassikalise kui ka uueaegse geomeetria probleeme. Sageli olen mõelnud, kuidas on professor Lumistel õnnestunud saavutada selliseid hiilgavaid tulemusi? Tema temaatikaga viimase 25 aasta jooksul lähedalt seotud õpilase- na olen veendunud, et professor Lumiste on kõrge enesedistsipliini, tohutu töökuse ja järjekindlusega inimene. Need omadused koos Jumala poolt antud matemaatilise talendi ning tohutu sisemise

energiaga, mida ma nimetaksin *Lumiste vaimuks*, on tekitanud sellise loomingulise külluse, mis kosena voolab tema teadustöö tulemustest. Mul on heameel nentida, et see *Lumiste vaim* on temas jõuline ka täna. Ta on aktiivne oma loomingus ning see rõõmustab meid. Nende sõnade kinnituseks on professor Lumiste kirjutatud ja välja antud uus monograafia *Foundations of Geometry*, mille esitlusel me täna viibime.

Teadusliku juhendajana on professor Lumiste oma õpilastele püstitanud huvitavaid ja tänapäeva ülesandeid. Ta on alati nõudnud rangust ja korrektsust, seda kindlasti õigustatult. Kandidaaditöös käsitleti mitmesugust temaatikat, nagu seostuste teooria, projektiivne geomeetria, homogeenised ruumid, sümplektiline geomeetria, Grassmanni muutkonnad ja alammuutkondade geomeetria. Iga teema oli valitud selliselt, et ka pärast kandidaaditöö kaitsmist võis noor teadlane oma uurimistööd samas suunas jätkata. Professor Lumiste õpilaste seas on olnud eestlasi, juute, venelasi ja ka armeenlase. Juhendajale polnud tähtis juhendatava rahvus, vaid tema aktiivsus, tema sihikindlus ning kohusetunne. Meenub lugu ühest hiina noormehest, kes otsis endale õpetajat. Noormees läks algul ühe, siis teise ja lõpuks kolmanda õpetaja juurde, kes näis talle meeelpärasem. Ta palus õpetajat teha imet. Õpetaja tegi, ja see oli tõeline ime. Noormees langes õpetaja ette põlvile, hüüdes: "Oo, ma leidsin endale õpetaja!". Õpetaja vastas: "Mina aga kaotasin õpilase." Nii ka professor Lumiste võtab enda õpilasteks ja austab vaid neid noori, kes tulevad tema juurde õppima ja teadmisi saama, et lahendada konkreetseid ülesandeid ja saada teaduslikke tulemusi, aga mitte neid, kes ootavad oma õpetajalt mingit imet.

Professor Lumiste kaks õpilast, MAIDO RAHULA ja mina, on kaitsnud doktorikraadi ning saanud professoriteks. Professor Lumiste on olnud ka B. KOMRAKOVI doktoritöö teaduslik konsultant. Professor Lumiste on oma kodumaa ja koduülikooli suur patrioot. Ta rõõmustab ja tunneb uhkust Tartu Ülikooli edusammude puhul. Temast kiirgab väarikust ning sügavat kultuuritunnet. Olles Tartu Ülikooli juures aspirantuuris, mäletan, kui professor Lumiste käis sageli vastas noortel geomeetrikutel, kes tulid Tartusse esine-

ma teaduslike ettekannetega geomeetria seminaris. See oli liigutav ning seetõttu professor Lumistet väga austati. Seminaril oli professor Lumiste alati heatahtlik, kuid ka äärmiselt objektiivne ning nõudlik esitatavate teaduslike tulemuste suhtes.

Rääkides professor Lumistest, ei saa jätta ütlemata häid sõnu tema pere kohta. Professor Lumistel on suurepärase perekond. Tema poegi kirurg REINU ja näitleja JÜRIT tuntakse hästi Tartus ja kogu Eestimaal. Professor Lumistet on neid pikki aastaid saatnud tema kena ja veetlev abikaasa, ta lähim sõber ja kindel toetaja SILVIA LUMISTE. Sellele õilsale naisterahvale avaldame tänu ja austust, et ta mitte ainult tuntud stomatoloogina on teinud inimestele palju head, vaid eriti selle suure armastuse ja hoole eest, tänu millele võisid kõik nende peres tunda end õnnelikuna. Nende pere on elanud ja elab kaunist sisurikast elu, kus on koht nii kunstil, muusikal kui ka spordil. Soovin professor Lumistele ja tema abikaasale Silvia Lumistele pikki õnnelikke eluaastaid, et ma võiks siia tulla professori nii 90-ndaks kui ka sajandaks sünnipäevaks.

Seoses tänase juubeliga avaldasime mina ja mu juhendatav õpilane G. MATKALJAN Armeenia TA väljaandes teadusliku artikli, mille pühendasime juubilarile. Meelsasti annan selle artikli üle professor Lumistele. Kasutan veel võimalust südamest tänada kutse eest tänasele üritusele Tartu Ülikooli professor MATI ABELIT, matemaatika instituudi juhatajat professor TOIVO LEIGERIT ning matemaatika-informaatikateaduskonna dekaani professor MATI KILPI. Suur tänu selle eest, et mind võeti siin vastu nagu oma inimest, et ma sain hingata seda suurepärasest Eesti õhku, nautida kaunist Eesti loodust ning meenutada aegu, mil kunagi olin siin Tartu Ülikooli aspirant.

Füüsika-matemaatikadoktor, Armeenia Riikliku
Inseneriteaduste Ülikooli professor

V. A. MIRZOJAN

19.06.2009. a

Diferentsiaalgeomeetria Tartus

MAIDO RAHULA
Tartu Ülikool

Diferentsiaalgeomeetria sai alguse 300 aastat tagasi 17. sajandil, kui H. POINCARÉ (1854–1912) sõnusti kaks suurt geomeetrit I. NEWTON (1643–1727) ja G. LEIBNIZ (1646–1716) panid aluse diferentsiaalarvutusele ja geomeetrias hakati rakendama diferentseerimist. Omaette teadusharuna kujunes välja C. F. GAUSSI (1777–1855) töödest pinnateooria, mille üldistusi "kõverate ruumide" ja muutkondade näol näeme juba Riemanni geomeetrias. Vähemtuntud isik, kuid tolle aja geniaalsete ideede generaatoreid, oli kahtlemata J. BARTELS (1709–1836). Bartels oli Saksamaal noore Gaussi õpetaja. Ta kutsuti 1808. a Kaasani Ülikooli professoriks. Seal kuulus tema loenguid N. LOBATŠEVSKI (1792–1856). Just Bartels, Gauss ja Lobatševski olid need, kes algatasid revolutsioonilise pöörde matemaatikas. Uus mitteeuclidiline mõttelaad vapustas mitte ainult geomeetriat, vaid endist maailmatunnetust globaalselt. Neist sündmustest ei jäänud eemale ka Tartu. Siin, Dorpati Ülikoolis, töötas Bartels 16 pikka aastat kuni oma surmani. Bartels jättis siia märkimisväärse jälje – tema õpilase C. E. SENFFI (1810–1849) ühes töös on tuletatud kõverjoonte teooria põhivalemid, mida tavaliselt seotakse J. F. FRENET' (1816–1900) nimega. Tegelikult Senff avaldas need valemid juba 1830. a, st 17 aastat varem. On teada, et Lobatševski Kaasani Ülikooli rektorina kavatses tulla Dorpatisse, et avaldada austust oma õpetajale, kuid Bartels suri 1836. a.

Diferentsiaalgeomeetria Tartus ei kadunud pärast Bartelsi surma. Olgu siin mainitud F. MINDING (1806–1884), kes töötas Tartu Ülikoolis 40 aastat ja kellele kuuluvad uurimused pinnateooriast. 1852. a lõpetas Tartu Ülikooli K. PETERSON (1828–1881). Peterson siirdus hiljem Moskvasse, kus temast sai üks Moskva diferentsiaalgeomeetriakoolkonna rajajatest.

Sajandivahetusel, kui füüsikas oli küpsemas relatiivsusteooria, toimus järjekordne murrang geomeetrias. SOPHUS LIE (1842–1899) käis välja fundamentaalse idee – lineariseerida pidevaid teisendusi.

Lie rühmadest sai pideva keskkonna tähtsaim uurimisteema. Vektorväljad ehk infinitesimaalsed operaatorid ja Lie tuletised võimaldavad protsesse ja liikumisi hetkeks fikseerida. Tänu sellele *liikumise stoppkaadrile* uuritakse invariante nüüd algebraliste ja tensorvahenditega. Duaalse tõlgenduse töötas välja ELIE CARTAN (1828–1881). Võib ju, näiteks, kõverjoont tasandil kirjeldada nii parameetriliste võrranditega kui ka üldvõrrandiga – kaks duaalset lähenemist, immersiooni ja submersiooni tulemust. Samalaadse duaalse ühtsuse moodustavad Lie tuletised ja Cartani välisvormid. Lie-Cartani arvutus on tänapäeva ja tulevase globaalanalüüsi võimsaim aparatuur. Need ideed, mis on pärit Norrast ja Prantsusmaalt, ulatusid möödunud sajandi keskpaiku ka Eestisse. Pärast Sorbonne'is kuulatud loenguid tõi SERGEI FINIKOV (1883–1964) Cartani teooria Moskvasse. Tema ja ta andekad õpilased A. VASSILJEV, M. AKIVIS, G. LAPTEV jt töötasid välja filigraanse meetodi mitmesuguste muutkondade ja alammuutkondade omaduste uurimiseks. Siis, 50-ndatel, oli ka noor Tartu doktorant ÜLO LUMISTE Moskva Riiklikus Ülikoolis Vassiljevi ja Laptevi juhendatav.

Ü. Lumiste taaselustas Tartus geomeetriaalased uuringud. Aastail 1954–1999 on tema sulest ilmunud 240 publikatsiooni, sh järgmistel teemadel: pinnateooria, minimaalpinnad, joonmuutkonnad, taglastused, seostused, homogeensete kihtidega kihtkonnad, kalibratsiooniteooria (Yang-Mills), alammuutkondade sümmeetria ja ümarus. Kauaaegse uurimistöö tulemusena ilmus temalt 2009. a kirjastuses Springer monograafia *Semiparallel Submanifolds in Space Forms*.

Ü. Lumiste meelisteemaks on olnud matemaatika ajalugu, esmajoones Eestiga seotu. Nimetagem siin mõned nimed, kelle tegevust matemaatikuna on Ü. Lumiste kirjeldanud:

Bartels	Lobatševski	Jaakson	Senff	Clairaut
Bohl	Riemann	Aleksejev	Clausen	Novikov
Pontrjagin	Mullari	Depman	Schmidt	Minding
Rägo	Oettingen	Sarv	Humal	Newton
Dimberg	Vassiljev	Krahn	Vainikko	

Ü. Lumiste on entusiastlik teaduse populariseerija. Temalt on ilmunud publikatsioonid järgmistel huvipakkuvatel teemadel:

- 1980 *Teadusrevolutsiooni ääretuultes*
 1982 *Pügalpulkadest elektronarvutiteni*
 1986 *Huvipakkuvat prismast ja püramiidist*

Ü. Lumistest kui laiahaardelisest teadlasest annavad tunnistust tema artklid entsüklopeedias ja referaatajakirjades:

- Математическая энциклопедия. Москва, 1979.*
Encyclopaedia of Mathematics. Kluwer, 1995.
Mathematical Reviews, Zentralblatt MATH.

Rida väitekirju on valminud ja kaitstud professor Ülo Lumiste juhendamisel:

- | | | |
|------------------|-------------------|------------------|
| 1964 R. Mullari | 1964 M. Rahula | 1966 L. Tuulmets |
| 1973 K. Riives | 1975 A. Fleischer | 1975 R. Kolde |
| 1975 A. Parring | 1975 I. Maasikas | 1980 V. Mirzojan |
| 1980 E. Abel | 1987 V. Abramov | 1987 M. Väljas |
| 1987 T. Virovere | 1991 B. Komrakov | |

Põnev on jälgida diferentsiaalgeomeetria arengut alatest klasikutest kuni tänapäevani. Selle kõige eest oleme tänulikud oma õpetajatele. Professor Ü. Lumistele soovivad tema õpilased pikka iga olla aktiivne tolles imekaunis teaduses, mille nimeks on geomeetria!

Ülo Lumiste meenutusi

Kuidas minust sai matemaatik?

Sõda muutis põhjalikult meie perekonna elu. Sõja käigus kaotasime 1941. aastal isa; emal ei jäänud üle muud, kui siirduda minu ja õe Aitaga tagasi oma vanematekoju, meie sünnikoju Vändrasse. Seal jätkus minu koolitee kuuenda klassiga (esimesed neli olid Tam-salus, viies Paides). Ärevad ajad olid toonud Vändrasse mitmeid tublisid õpetajaid, teiste seas matemaatikaõpetajaks EINO PILLIKSE, kes oli tehnikaülikooli haridusega, olnud saksa okupatsiooni

ajal raadioreporter (sellal *Landessender Reval-Turgel und Dorpat* koosseisus) ja tulnud Vändraste nõukogude korra taastumisel repressioonide kartuses. Kuigi tal varasemaid õpetamise kogemusi polnud, osutus ta väga võimekaks töös õpilastega. Tema tegi mulle selgeks, et uute tõdedeni võib jõuda matemaatikas ka puhta mõtlemise teel. See mind võluski, samuti tema isiklik eeskuju; pealegi kujunes temast meie perekonna sõbergi. Kui 1947. aastal lõpetasin kuldmedaliga Vändra keskkooli, polnud mul kahtlustki edasise tee valikus. Sellel "punasel ajal" valisin ideoloogiavaba matemaatika ja saatsin Tartu (sellal Riiklikku) Ülikooli avalduse seda õppima asumiseks. Medali tõttu sain sisse eksamiteta; sügisel jäi ainult sõita kitsa- ja laiarööpmelise rongiga Tartusse, asuda elama Tiigi intrisse ja minna esimesteks loenguteks Toomele tähetorni kõrvalhoonesse.

Mis on meelde jäänud õppetööst ülikoolis?

Kui matemaatika-loodusteaduskonna mitmel erialal olid Eesti Vabariigi aegsed õppejõud enamikus emigreerunud, olid matemaatika osakonna omad õnneks endised. Esimesed loengud andsid meile astronoomias prof TAAVET ROOTSMÄE, analüütilises geomeetrias prof JAAN SARV ja matemaatilises analüüsis dots GUNNAR KANGRO. Esimesel kursusel kuulasid kõiki aineid koos tulevased matemaatikud ja füüsikud ning nende ainete seas oli ka astronoomia, mida andis huvitavalt vana kooli mees Rootsmäe. Tähetorni riistu tutvustas meile HUGO RAUDSAAR.

Ligi 70-aastase Jaan Sarve käsi värises juba tugevasti, mistõttu tahvlile tulid sirgjoonte asemel enamasti lainejooned. Ta luges peast, kuid kord tuli tal siiski loeng katkestada, sest esitus läks sassi! Kuid tervikuna andis ta ainet huvitavalt. Palju aitas, eriti eksamiks ettevalmistumisel, autori kirjastusel 1924. aastal välja antud õpik, mille eksemplare oli tal kodus veel olemas, nii et ta võis neid üliõpilastele kinkida.

Kõige rohkem mõjutas meid oma loengutega noor 33-aastane Gunnar Kangro, kes esitas ainet säravalt ja täie rangusega. Ta oli lõpetanud 1931 Tartu reaalgümnaasiumi, 1934 Tartu Ülikooli, töötanud 1936–1941 Tallinna Tehnikaülikoolis, olnud 1941–42 Punaarmees ja 1943–44 stipendiaat Moskva Ülikooli juures. Seal suu-

nati ta tööle Tartu Ülikooli. Siin assisteeris talle samaealine JAKOB GABOVITŠ, kes pani meid tõsiselt tööle nii auditooriumis kui ka koduste ülesannete kallal. Hoogu sattunult viskas ta sageli kuue seljast; kui tahvlile kirjutamisega jõudis paremasse äärde, võttis kriidi vasakusse kätte ja jätkas vastupidises suunas.

Meeldejääv oli aastavahetus 1947/48. Siis kadusid toidutšekid ja toiduainete müük läks vabaks. (Muide, nende tšekkidega oli lugu nii, et esimese Tartus oldud kuu jooksul nad veel ei kehtinud, nii et lõuna ülikooli sööklas koosnes sellal mitmest portsust porgandikaalikalobist, mis tuli ülikooli abimajandist tšekivabalt, ja leivast, mida sai vabalt.) Meil tuli kujutavas geometrias, mida õpetas ALMA RUUBEL, teha jaanuari alguseks valmis kraani joonis mitmete lõigetega. Vana aasta viimasel päeval sai juba osta kaardivabalt ja nii tõin endale intrituppa kilo suhkrut ja pätsi saia. Kui seinakrapist tulid uue aasta esimesed kellad, oli mul kraani joonis valmis ning kilo suhkrut koos pätsi saiaiga kõhus.

Teisel kursusel toimus mitmeid muudatusi. Matemaatikud ja füüsikud läksid lahku ning matemaatikute õppetöö koondus Veski ja Heidemanni (nüüd Kuperjanovi) tänavate nurgal olevasse väikesesse majja, üliõpilasseltsi *Raimla* endisesse majja. Selles paiknesid ka matemaatikakateedrid. Alumisel korrusel oli kaks auditooriumi, üleval olid geometria, matemaatilise analüüsi ja teoreetilise mehaanika kateedrid. Köök oli veel alles ja sellest sai meile jutujamiste koht loengute vaheaegadel. Väike teenijatuba oli sekretäri, unustamatu LAINE KARU töökoht. Selle kena aia sees oleva maja oli matemaatikutele nõutanud prof GERHARD RÄGO, kes oli pärast ülikooli uuesti tööle hakkamist 1944. a mõnda aega haldusprorektori kohal. Meelde on jäänud mõnusad sügisesed ja kevadised vahetunnid maja ümbritsevas avaras aias. Meile teoreetilist mehaanikat lugev prof Rägo ise oli kindel jalutaja aiateedel. Ta oli lõpetanud 1913 Tartu (sellal Jurjevi Keiserliku) Ülikooli, täiendanud end Göttingenis, töötanud Novotšerkasskis ja saanud 1920 Tartu Ülikooli professoriks. Eksamidki toimusid meil peamiselt Veski tänaval. Igal õppejõul oli oma moodus eksamineerimiseks. Näiteks G. Kangro, sellal veel dotsent, laskis meil võtta piletid ja ise lahkus. Ettevalmis-

tus oli alumise korruse auditooriumis mõne laborandi juuresolekul. Siis läksime trepist üles vastama, ettevalmistusleht näpus. Tuli vastanu kas naerunäol või nukrana trepist alla, läks järgmine ette. Kuidagi hästi kodune oli see eksamineerimise värk.

Prof G. Rägo hoolitses järjekindlalt selle eest, et matemaatikutel oleksid ülikooli parimad tahvlid. Selle koha pealt oli ta äärmine pedant. Loengule tuli Rägo ikka oma kriiditopsi ja tahvililapiga. Mõnikord oli tal koguni kilumannerg veega kaasa, et tahvel saaks metoodilise järjekindlusega hästi puhtaks pestud. Muidu oli tahvli puhastamine vaheaegadel preparaator Siilpeki ülesanne, kelle poolt tehtu ei rahuldanud aga sageli professorit ning ta laskis enne loengu alustamist tahvli veel kord üle. Tahvli kasutamine oli Rägole otsekui mingi kunstiteose tegemine. Ta kirjutas hästi kalligraafiliselt ja kasutas jooniste tegemisel ikka värvilisi kriite. Loengutempo oli tal hästi aeglane, esitusviis metoodiline, kõne sageli pateetilinegi. Ka tema stiil oli ainulaadne, seda eelkõige huvitavate näidete toomise poolest. Kas või see, kuidas Rägo seletas meile, mis on tung. ”No kujutame endale ette ühte võllapuud, kus ripub üks poodu.” See joonistati kõik tahvlile. ”Vaatame siis, missugused tungid siin mõjuvad.” Ja värviliste kriitidega ilmusid tahvlile kõik tungid ja tasakaalud. Tal oli sageli mõneti jutlustajat meenutav oraatorlik kõnemaneeer. Kord otsinud üks mees Veski tänavalt mingit palvemaja ja tuli ka meie maja juurde, kus Rägo pidas parajasti loengut. Mehele öeldi küll, et siin pole mingit palvemaja, aga ta jäi siiski tähelepanelikult kuulama läbi ukse kostuvat professori juttu, kuni lõpuks taipas ja lahkus.

Meie tõeline kujundaja Gunnar Kangro, eesti matemaatikute teise põlvkonna silmapaistvaim esindaja, oli vahepeal määratud uue füüsika-matemaatikateaduskonna dekaaniks ja tal tuli anda oma aine – matemaatiline analüüs – üle noorele õppejõule SINAIIDA RII-VESELE. Kursusevanem OLAF PRINITS, teistest poistest viis aastat vanem, käis kursuse nimel protestimas: miks meilt võeti ära nii hea õppejõud kui Kangro? Sellest tõusis veel suur pahandus, aga S. Riives töötas püüdlikult ja lõpuks läks kõik hästi korda. G. Kangro dekaanitöö kestis ainult aasta, sest uus teaduskond pi-

di lõpetama tegevuse, kuna see polnud kõrgemates organites vajalikult kooskõlastatud. Hiljem hakkas Kangro meile õpetama kõrgemat algebrat, kuigi oli spetsialist analüüsi valdkonnas. Nüüdisaegse matemaatilise mõtlemise omandamiseks andis see kursus meile väga palju. Tema õpik *Kõrgem algebra* on kasutusel tänapäevani.

Järgmisel kursusel läks põhiaine – matemaatiline analüüs – vana kooli professori HERMANN JAAKSONI kätte. Ta oli lõpetanud ülikooli koos Rägoga 1913. aastal, olnud 1923–1924 stipendiaadina Pariisis ja seejärel kaitsnud 1925 esimese eesti matemaatikuna doktorikraadi. Meie ajaks oli ta juba elatanud mees. Luges küll süsteemikindlalt, kuid pisut igavalt, koltunud märkmetelehed käes. Hiljem oli aga väga hea tema loengukonspektide järgi õppida. Eraviisilistes jutuajamistes oli Jaakson hästi mõnus mees.

Diferentsiaalvõrrandeid õpetas meile noore dotsendina HARALD KERES, kes oli Gunnar Kangro kõrval teine uue põlvkonna mees, uue lähenemisega kaasaja matemaatikasse. Ta oli ülikooli lõpetanud matemaatikuna, kirjutas oma väitekirjad relatiivsusteooriast, sai 1949. a teoreetilise füüsika kateedri juhatajaks ning loobus matemaatikute õpetamisest. Osatulemistega diferentsiaalvõrrandite kursust luges meile seejärel prof H. Jaakson.

Kolmest professorist kõige eakam oli Jaan Sarv, esimestel sõjajärgsetel aastatel veel üsna tööjõus mees. Palju andis mulle tema õpiku *Analüütilise geomeetria põhijooned* uurimine. Hiljem, kui ta luges diferentsiaalgeomeetriat, jagas ta meile mingeid mimeograafiliselt paljundatud lehti, mis pidid asendama puuduvat õppevahendit. Sel ajal oli paljundusvahendite kasutamine üldiselt keelatud. Kuidas Sarvel need lehed olid tekkinud, seda ei tea, võib-olla olid need pärit veel sõjaeelsest ajast. Selle kursuse õpetamisel ei tundnud kõrgeealine professor ennast enam nii vabalt kui analüütilises geomeetrias. Hiljem, topoloogia erikursuse lugemisel, ilmnes ikka enam, et tasemel õpetamine teeb talle üha suuremaid raskusi. Ta oli sellal võimeline lugema ainult esimestel hommikutundidel. Topoloogiat käsitles ta Pontrjagini venekeelse lühimonograafia järgi, hoides seda käes ja püüdes selle sisu meile lahti mõtestada. Ükskord oli see raamat tal koju ununenud. Ta leidis kateedri raamatukogust ühe

ajakirja topoloogiaalase artikliga ja talitas sellega samuti, kuigi seos varasemaga peaaegu puudus! Järgmisel aastal jäigi Sarv pensionile.

Jaan Sarvel olid väga toredad töökspidamised ja ta ise oli hästi koloriitne kuju. Mantli asemel kandis ta suurt tumedat villast nelinurkset riidet, milles oli paras auk pea läbipistmiseks. Ta oli alati otsekohene, ikka sirge seljaga ja kindla hoiakuga teadusemees. Sarv oli vaatamata oma eale ainuke, kes korraldas seminari ja juhendas erialaringi. Temalt sain ringi töö kaudu oma esimese tõsisema ülesande, mida sai uuritud ja puuritud, kuni tuli käsile võtta Gaussi ladinakeelne töö. Keskkoolis olin kaks aastat ladina keelt õppinud ADELE KÄRGE juures ja eks sellest midagi ikka oli ka külge jäänud. Seminaris käsitlesime Lobatševski geomeetria mudeleid. Ka siin tuli ettekande tegemiseks iseseisvalt kirjandust uurida. Seminaris tutvustas ta meile ka üht oma lemmikideed. Ta sidus Beltrami-Kleini mudeli ettekujutusega ülisuurest tasasest väljast, mida tundub piiravat ülikauge ringhorisont, ja millel kaugusse minevad paralleelsirged (näiteks paar sirgeid raudteerööpaid) tunduvad lõikuvat sellel horisondil. See idee haaras mind ja sai aluseks minu auhinnatööle.

Pärast Jaan Sarve jäämist vanaduspuhkusele selgus, et meil on veel kuulamata geomeetria aluste kursus. Uus rektor FEODOR KLEMENT kutsus seda ainet lugema oma kolleegi ja sõbra Leningradi Ülikoolist A. D. ALEKSANDROVI. Viimane omakorda palus tulla Tartusse oma Harkovi mõttekaaslase A. V. POGORELOVI, et arutada siin ühiseid teadusprobleeme. Nii olid siin koos kaks hilisemat akadeemikut ja geomeetria suurkuju. Aleksandrovi kiirkursust kuulas rühm viimaste õpiaastate matemaatikatudengeid. Paraku nimetati Aleksandrov just sel ajal Leningradi Ülikooli rektoriks ja ta kutsuti päevapealt Neevalinna tagasi. Aleksandrov koostas sellal üht raamatut matemaatika uueaegsetest suundadest ja tal oli plaanis ka Tartus loetut selles raamatus kasutada. Nii tehti mulle rektor Klementi poolt korraldus seada vene keeles kokku Aleksandrovi loengute konspekt. Koostasingi selle teksti, kasutades ka TAMARA SÖRMUSE abi. Keeleliselt korrigeeris seda rektori sekretär, tekst tipiti masinakirjas ja mul tuli käsitsi sisse kanda vajalikud valemid.

Sellega juhtus veel äpardus – tindipott läks kogemata ümber ja määris mõned lehed, mis tuli ümber tippida. Seejärel komandeeriti mind Leningradi, et toimetaksin selle käsikirja Aleksandrovile ja annaksin edasi palve, et minust hakataks tema käe all koolitama tulevast geomeetria õppejõudu Tartusse.

See oli mul esimene reis väljapoole Eesti piire. Jõudsin kenasti kohale ja hommikust peale ootasin rektori kabineti ukse taga ju-tule pääsemist. Aleksandrovile teatati, et Tartust on tulnud keegi noor mees, aga minuga tegelemiseks ei olnud rektoril mahti. Kui ta pärast lõunat oma kabinetist välja tuli ja mind ikka veel ootamas nägi, ütles ta imestunult: "Teie ikka veel siin?" Ta viis mind oma autos enda poole koju, kus sõime kiirustades majapidajanna poolt ette kantud tulikuuma suppi, ja jälle tuli tal kuhugi rutata! Kõigest sellest jäi mulje, et Leningradis Aleksandrovi juures edasiõppimisest ei tule küll mitte midagi välja, sest ta oli nii hõivatud mees. Tõsi küll, ta võttis mu uuesti kaasa ja viis oma geomeetria sektori tööta-jate juurde, kuid sealsetest kontaktidest ei tulnud ka midagi välja. Uurisid küll pärast Tartus Aleksandrovi väga originaalset mono-graafiat *Vnutrennaja geometria võpuklõh poverhnostei* ja püüdsin ka ise üht probleemikest lahendada, kuid sinnapaika see kõik jäi!

Ülikooli lõpetasin 1952. aasta kevadel. Diplomitöö tegin Kangro poolt antud teemal kiireima languse meetodist mittelineaarsete funktsionaalvõrrandite lähislahendamisel. (Sellest sai ühtlasi minu esimene teaduslik publikatsioon, mis ilmus kolm aastat hiljem üli-kooli toimetistes.) Paistis kiitusega lõpetamine, kuid marksismi-leninismi riigieksamil läksin alt, sest ei teadnud uusimaid poliitilisi muudatusi, eriti seda, mis JOSSIF STALIN oli äsja öelnud keeleteadu-se kohta. Komisjoni esimees oli Kangro ja tema toetusel rahuldati minu avaldus eksami uuesti sooritamiseks. Õde Aita, kes oli samu-ti tulnud Tartusse kehakultuuriteaduskonda ja oli hiljuti neid asju õppinud, aitas mind, nii et asi õnnestus ja kiitus tuli.

Kuidas kulges edasine täiendusõpe?

Tööle määrati mind 1952. aastal Kangro ettepanekul vanemõpe-tajaks geomeetria kateedrisse, mida ta Sarve järglasena sellal juha-tas, professorina aastast 1951. Esimesed loengukursused pidasin

tulevastele farmatseutide ja keemikute esimestele kursustele kõrge-
mas matemaatikas. Hiljem langes mulle osaks geomeetriliste ainete
õpetamine matemaatikutele. Samal sügisel tähistati suure pidu-
likkusega Tartu (Jurjevi) Ülikooli "asutamise" 150. aastapäeva.
Kõik oleks olnud kena, kui poleks maha vaikitud juba Rootsi ajal
1632. aastal asutatud *Academia Gustavianat*, millest tuleb õieti
alustada Tartu Ülikooli ajalugu. Mind noore õppejõuna määrati
külaliste vastuvõtu komisjoni, kus sain ülesandeks olla raudteejaa-
mas vastuvõtjaks ja autodele saatjaks.

1953. a septembrist suunati mind aastastele kvalifikatsiooni-
tõstmise kursustele Moskva Ülikooli juures. Elama pandi ülikooli
sellal veel viimistlusjärgus oleva kõrghoone tiiva ühiselamusse kahe-
lise boksi omaette tuppa. Viimistlustöödel rakendati saksa sõjavän-
ge. Õpetamine oli kursustel kõrgetasemeline. Loengukursusi ja se-
minare sai valida, mina võtsin diferentsiaalgeomeetria kateedri poolt
pakutu. Eriti on meelde jäänud professorite S. P. FINIKOVI,
G. F. LAPTEVI ja P. K. RAŠEVSKI loengud ja esimese kahe poolt
juhendatav seminar. Ka tuli mul seminaris esineda referatiivse et-
tekandega. Lõpus tuli sooritada eksameid, mis läksid hiljem arvesse
kandidaadimiinimumi eksamitena.

1954. a septembrist jätkasin Tartus vanemõpetajana. Õppeplaa-
ni lisandus matemaatika ajalugu. Olin seda kursust kuulanud Moskv-
vas I. G. BAŠMAKOVA ja K. A. RÕBNIKOVI juures, ning võtsin ta
hea meelega endale. Tööd sellega oli palju, hommikuti toimuvateks
loenguteks tuli sageli ette valmistuda poole ööni. Asi oli aga huvitav
ja kujundas minust pikapeale ka Eesti matemaatika ajalugu uuriva
mehe.

Prof G. Kangro aga ei jättnud mõtet kujundada minust Jaan
Sarve töö jätkaja. Tartu Ülikool nimetati sellal NSVL juhtivate
kõrgkoolide hulka ja tihenes koostöö Moskva Ülikooliga, erti pärast
sealse matemaatikaprofessori B. V. GNEDENKO külaskäiku Tar-
tusse. Avanes võimalus suunata mind 1956. a veebruarist Moskv-
sse üheaastasesse aspirantuuri. Selle tegin läbi jälle diferentsiaalgeo-
meetria kateedri juures, kus minu juhendajaks määrati noor profes-
sor A. M. VASSILJEV. Tema ja prof Laptev viisid läbi seminari (prof

Finikov kõrgealisena oli küll sageli kohal, kuid enamasti tukkus). See aeg oli minu arengus otsustava tähtsusega. Finikov oli toonud oma Pariisis viibimiselt kaasa armastuse É. CARTANI liikuva reeperi meetodi ja välisdiferentsiaalvormide arvutuse vastu ja juurutanud seda Moskvast, mis kujunes selle uudse käsitlemise üheks juhtivaks viljelemiskohaks. Laptev ja Vassiljev olid oma väitekirjades seda meetodit veelgi edasi arendanud. Ka mulle sai see seal omaseks ja tõin ta hiljem Tartussegi.

Pärast kandidaadiväitekirja lõpuleviimist meie Väike-Tähe kodus (olin abiellunud stomatoloogi SILVIAGA 1952. a) väikepoegade REINU ja JÜRI lalina saatel järgnes kaitsmine 1958. aastal Moskva Ülikoolis. See oli mul järjekorras juba neljas Moskva-sõit, kuid ei jäänud veel viimaseks. Kui olin 1960. aastal kinnitatud dotsendi ametikohale ja 1963. aastal algebra ja geomeetria kateedri juhatajaks, tuli juba samal aastal üleviimine vanemteaduri kohale doktoritöö lõpetamise eesmärgil (nn doktorantuuri). Järgmise õppeaasta veetsin uuesti Moskva Ülikoolis, kus minu konsultandiks oli jälle Vassiljev ja seminari põhijuhendajaks Laptev, kes suhtus minusse väga tähelepanelikult, kutsus koguni oma juurde koju.

1965. a septembrist olin jälle Tartus kateedrijuhataja-dotsent. Järgnes pingeline töö doktoriväitekirja lõpliku vormistamise kallal meie Väike-Tähe kodus. Kaitsmine oli 1968. a maikuul Kaasani Ülikoolis, oponentideks olid A. P. NORDEN Kaasanist ning G. F. Laptev ja V. V. RÕŽKOV Moskvast. Kaitsmisele sõitsin koos abikaasa Silviaga. Tolleaegse kombe kohaselt tuli korraldada kaitsmisjärgne pidu. Selles abistas mind Kaasani kolleeg A. P. ŠIROKOV, kes minu palvel pani kinni ruumi ühes Kaasani restoranis ja tellis laua. Pidul õnnestus hästi, sain heaks tuttavaks mitme uue Kaasani kolleegiga.

Tagasisaabumisel Tartusse tervitasid meid raudteejaamas kolleegid matemaatikateaduskonnast. Olin ju esimene teaduskonna noorema põlvkonna õppejõudude seas, kes oli jõudnud doktorikraadini. Järgnes "järelkaitsmine" Tartus ülikooli kohvikus siinsete kolleegidega ühislauas. Kraadi lõplik kinnitus VAKis (Võsšaja Atestatsioonaja Komissia) tuli 1969. a ja sellele järgnes 1970. a ka VAKi kin-

nitus professori kohale, kuhu mind oli Tartus valitud aasta enne seda.

Mida meelde jäävat meenub õppejõutööst?

Põhiaineks kujunes mul diferentsiaalgeomeetria, mis oli matemaatikute teise kursuse üheks kohustuslikuks kursuseks. Tsaariaegne Tartu (Dorpati) Ülikool oli selles valdkonnas maailma üks juhtivaid keskusi, kus M. BARTELS arendas ruumiliste joonte teooriat ning F. MINDING ja K. PETERSON kõverpindade teooriat. Mul on au olla esimeste eestikeelsete diferentsiaalgeomeetria õpikute autor: 1963 ja 1987 (põhjalikult uuendatud ja täiendatud). Koos ühega oma esimestest õpilastest, varalahkunud KARL ARIVAGA (1924–1979), koostasime põhjaliku eestikeelse analüütilise geomeetria õpiku (1973). Minu käe all valmisid mitmetel õpilastel väitekirjad diferentsiaalgeomeetria probleemidest: RÜNNO MULLARI (1931–1969), MAIDO RAHULA, LEIDA TUULMETS, KAARIN RIIVES, ALEKSANDER FLEISCHER, REIN KOLDE, AIVO PARRING, INNO MAASIKAS, VANO MIRZOJAN, ELTS ABEL, VIKTOR ABRAMOV, MATI VÄLJAS, TÕNIS VIROVERE, BORIS KOMRAKOV (detailsemalt vt raamatust *ÜLO LUMISTE mathematician*, Tartu 1999, lk 64–67). Õpilaste ettevalmistamine dissertatsioonide koostamiseks nõudis paljude erikursuste lugemist mitmes diferentsiaalgeomeetria valdkonnas.

Huvipakkuvad olid esinemised külalislektorina Nižni-Novgorodis, Tomskis, Jerevanis, Berliinis (esimene reis väljapoole NLi piire, 1968), Lublinis, Wrocławis, Budapestis jm.

Kuidas arenes teaduslik uurimistöö ja tulemuste publitseerimine?

Pärast doktoriväitekirja valmimist ja tulemuste publitseerimist (venekeelsetes väljaannetes, kuid 1980. a alates tulid ka ingliskeelsed tõlked USA-s) järgnes sealsete saavutuste rakendamine teoreetilises füüsikas, peamiselt kalibratsiooniteoorias. Sellealasesse uurimistöösse lülitus ka minu õpilane Viktor Abramov, kes jäigi selle põhiliseks edasikandjaks.

Kui üheks minu aspirandiks tuli 1977. a Armeenias Vano Mirzohan, sai meie uurimissuunaks paralleelste fundamentaalvormidega

alammuutkondade käsitlemine. Peatselt selgus seos belgia teadlase J. DEPREZi poolt 1985. aastal sisse toodud semiparalleelsete alammuutkondadega. Nii sai minu põhiliseks uurimissuunaks viimast tüüpi alammuutkondade teooria kujundamine. Esialgseid tulemusi esitasin 1994. aastal Brüsselis plenaarettekandes konverentsil *Differential Geometry in honor of Prof. Katsumi Nomizu* ja seejärel võtsin kokku monograafias *Submanifolds with parallel fundamental form*, mis ilmus ühe peatükina raamatus *Handbook of Differential Geometry I*, Amsterdam, 2000. Selle kõige edasiarenduseks on minu hiljuti ilmunud monograafia *Semiparallel submanifolds in space forms* (Springer, 2009), mis võtab kokku kogu minu senise teooria.

Pärast selle monograafia käsikirja valmimist ja kirjastusele saatmist 2007. aastal läksin vahelduseks üle oma ühe varasema temaatika juurde. 1960-ndail aastail oli üleliidulises õppeplaanis aine *Geomeetria alused*, mida tuli muidugi mul lugeda. Ettevalmistuse käigus selgus, et sel teemal oli koostanud oma doktoriväitekirja Jaan Sarv ja kaitsnud selle Tartus 1931. aastal. Ta arendas selles originaalselt USA teadlase O. VELENI poolt kujundatud vahelsuse aksiomaatikat. Omakorda arendasid seda Tartus JÜRI NUUT ja ARNOLD TUDEBERG (Humal) nii, et selle aksiomaatika alusel oli võimalik defineerida kõik Hilberti süsteemi kahe esimese rühma aksiomides vajalikud mõisted (sirge, tasand, kolmnurk jt). Loengumaterjalist kujundasin rotaprintil Tartus 1964. aastal paljundatud õppevahendi *Geomeetria alused*, mis äratas NLi teadlaste seas üsna laialdast tähelepanu. Hilberti kongruentsuse aksiomid asendasin selles lihtsamate liikumise aksiomidega, lähendades käsitluse FELIX KLEINI *Erlangeni programmile*. Vahepeal olid seda käsitlust täiendanud ka teiste maade uurijad. Nii tuli mul selle temaatika juurde tagasipöördumisel kõigepealt paaris artiklis selgitada seosed nende uute uurimustega. Seejärel võtsin kätte ja koostasin monograafilise käsitluse *Foundation of Geometry based on betweenness and flag-movement*, mis ilmub nüüd 2009. aastal Eesti Matemaatika Seltsi kirjastusel MATI ABELI toimetamisel Tartus. See jääb nähtavasti minu viimaseks tõsiteaduslikuks matemaatiliseks publikatsiooniks.