

Mitmemõõtmeliste jaotusfunktsioonide lähendamine

MARGUS PIHLAK¹
Tallinna Tehnikaülikool

Kokkuvõte

Käesoleva dissertatsiooni probleemiks on juhusliku vektori jaotuse lähendamine. Tavaliselt esitatakse jaotuste lähendamisel seos, mis esitab uuritava keeruka tihedusfunktsiooni teise lihtsama tihedusfunktsiooni kaudu. Selles töös on meie eesmärk töötada välja meetod jaotusfunktsioonide lähendamiseks. Kaasaegne mimemõõtmeline statistika baseerub maatriksalgebral. Seetõttu on märgatav osa dissertatsioonist pühendatud vajaliku maatriksalgebra uuematele tulemustele.

Esimese peatüki alguses tuuakse sisse maatriksalgebra vajalikud põhilised tulemused ning tähistused, mida töös kasutatakse. Kõige olulisemad kasutatavad mõisted on vec-operaator, kommutatsiooni-maatriks, otsekorrutis ja maatrikstuletis, mis on esitatud koos omadustega. Seejärel tuuakse sisse uus maatriksoperatsioon, mida nimetatakse maatriksintegraaliks. Maatriksintegraal defineeritakse kui maatrikstuletise pöördoperatsioon. Osutub, et maatriksintegraali leidmisel saab kasutada maatriksite tähtkorrutist, maatriksoperatsiooni, mille defineeris E. MacRae 1974. aastal.

Teine peatükk on pühendatud jaotusfunktsioonide lähendamismeetodi väljatöötamisele. Olulised autori tulemused selles osas on ette kantud rahvusvahelistel tõenäosusteooria ja matemaatilise statistika konverentsidel. Peatüki esimene paragrahv on referatiivne. Selles paragrahvis käsitletakse tihedusfunktsioonide lähendamist Tayloriga reaalide abil. Peatüki teises paragrahvis rakendatakse maatrik-

¹Autor kaitses doktoritöö matemaatilise statistika erialal 19. jaanuaril 2007. Pikem artikkel temalt sisaldub EMS Aastaraamatus 2009, lk 22–34.

sintegraali leidmaks tihedusfunktsioonide vahelisest seosest vastavate jaotusfunktsioonide vahelist seost. Jaotusfunktsioonide vaheline seos on esitatud teoreemina. Kolmandas paragrahvis kasutatakse saadud tulemusi suvalise kahemõõtmelise jaotusfunktsiooni esitamiseks kahemõõtmelise normaaljaotuse kaudu. Lõpuks rakendatakse leitud jaotusfunktsiooni lähendit reaalsel andmetel. Lähendatakse puu kõrguse ja rinnasdiameetri ühisjaotust kahemõõtmelise normaaljaotuse baasil leitud rittaarendusega.

Kolmas peatükk käsitleb tundmatu jaotuse lähendamist koopulate abil. Koopula kujutab endast ühtlase jaotusega marginaalide ühisjaotust. Formaalselt on koopula defineeritud kui kujutus ühikruudust ühiklõiku. Esimeses paragrahvis antakse ülevaade koopulate teooria põhilistest tulemustest. Nendest üks olulisemaid on Sklar'i teoreem, mis annab koopula ja kahemõõtmelise jaotusfunktsiooni vahelise seose. Teises paragrahvis antakse ülevaade kahest koopulate klassist — arhimeedilistest koopulatest ja Gaussi koopulatest. Kolmandas paragrahvis lähendatakse puu kõrguse ja rinnasdiameetri ühisjaotust arhimeediliste ja Gaussi koopulaga. Arhimeediliste koopulate erinevatest peredest kasutati lähendamisel Claytoni ja Gumbeli koopulaid. Samuti rakendatakse Kolmogorov-Smirnovi testi mitmemõõtmelisel juhul. Peatüki neljandas paragrahvis võrreldakse Kolmogorov-Smirnovi testiga Tayloriga rittaarendamisel saadud uut meetodit ja koopulate abil saadud lähendeid. Selgub, et Tayloriga reaksarendus annab parema lähendi olles samas töömahukam. Samas tuleb rõhutada, et meetod on üldine ega vaja eelinformatsiooni lähendite klassi valikuks, mis on vajalik koopulatega lähendamise korral.