

GPS ja meteoroloogia ning natuke matemaatikast selles²

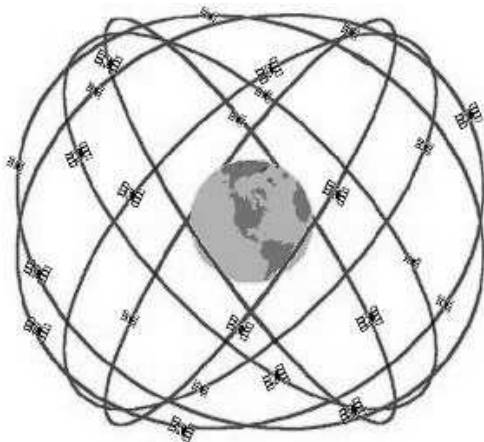
PEEP UBA
Kaitseväe Ühendatud Õppeasutused

Globaalne positsioneerimine

GPS (globaalse positsioneerimise süsteem, *Global Positioning System*) on ülemaailmne ööpäevaringselt toimiv kohamäärangu süsteem, mis võimaldab asukoha koordinaate määrata kuni millimeetri täpsusega. GPS on loodud USA Kaitseministeeriumi poolt täitmaks USA Kaitsejõudude vajadusi navigatsiooniks, asukoha määramiseks ja täpse aja fikseerimiseks. GPS satelliitide konstellatsiooni kuulub vähemalt 24 pidevalt raadiosignaale väljastavat tehiskaaslast ja süsteem funktsioneerib alates 1978. aastast [14]. Satelliitide keskmine kõrgus maapinnast on 20200 kilomeetrit, need tiirlevad ümber Maa kuule orbitaaltasandil, vähemalt neli satelliiti igal ja kõikide orbitaaltasandite kalle ekvatoriaaltasandi suhtes on 55° (vt. joonis 1³). Satelliitide tiirlemisperiood on 11 tundi 58 minutit.

²Eesti Matemaatika Seltsi päevadel 26. juunil 2006 peetud ettekande põhjal

³Joonise 1 juures on kasutatud P.H. Dana internetiõpikust (<http://www.colorado.edu/geography/gcraft/notes/gps/gps-f.html>, 20. jaan. 2007) võetud illustratsiooni.



Joonis 1. GPS-satelliidid

Niisugune satelliitide paiknemine võimaldab üle maailma igal ajal vähemalt nelja satelliidi nähtavuse alates elevatsiooninurgast 15° . Iga satelliit lähetab signaale kandevasagedusel L1 (1575,42 MHz) lainepikkusega 19 cm ja L2 (1227,6 MHz) lainepikkusega 24 cm. Kandevaselainele on moduleeritud kaks pseudojuhuslikku signaali, nn C/A (*Coarse/Acquisition*) ja P (*Precise*) koodid ning satelliitide trajektoori andmed. Signaalide stabiilsus kindlustatakse satelliitidel asuvate tseesium- ja rubiidiumkellade abil.

GPS-süsteem koosneb kolmest osast – satelliidid, tugijaamade võrk ja kasutajad [8]. Kogu süsteemi hoiavad töökorras 5 tugijaama, mis asuvad Colorado Springsis, Havail, Ascensiooni saarel, Diego Carcias ja Kwajaleinis. Need jaamad on sisuliselt GPS-vastuvõtjad, mis koguvad informatsiooni kõikidelt nähtaval olevatelt satelliitidelt ja seejärel saadavad need andmed keskjaama, mis asub Falconi Õhujõudude baasis Colorado Springsis. Saadud informatsiooni põhjal arvutatakse parandused satelliitide efemeriididele ja kelladele. Selle info abil uuendatakse satelliitide trajektooride ja aja parameetreid paar korda päevas.

Vastuvõtjate geograafilise asendi määramise aluseks on satelliidilt vastuvõtjani jõudnud signaali kulgemisaja, geodeetilise täpsuse saavutamiseks ka kandesageduse faasinihke võimalikult

täpne mõõtmine.

GPS-vasutuvõtja võtab vastu satelliitide signaale ja määrab nende abil oma asukoha 2D või 3D koordinaatide süsteemis. Põhimõtteliselt on iga hetk võimalik selleks kasutada vähemalt kuut satelliiti. 3D kohamääranguks on vaja vähemalt nelja satelliidi nähtavus. Maksimaalselt on nähtaval 12 satelliiti ja paremad vastuvõtjad suudavad neid kõiki ka jälgida.

Vastuvõtjad jagunevad ühe- ja kahesageduslikeks. Ühesageduslikud kasutavad L1 ja harilikult ainult C/A koodi. Kahesageduslikud vaatlevad nii L1 kui L2 faaside vahesid, C/A ja P koodi ning signaalide Doppleri nihet.

GPS-positsioneerimine

GPS-positsioneerimisel on esmalt vaja kokku leppida koordinaatsüsteem. Selleks on valitud nn. WGS 84 (*World Geodetic System 84*) ja see baseerub ECEF (*earth-centered, earth-fixed*) ristkoordinaadistikul, kus algpunktiks on maakera masskeske, z -telg kulgeb läbi põhjapooluse (CTP – *Conventional Terrestrial Pole*) ning ekvatoriaaltasapinnal olev x -telg läbib keskpunkti ja nullmeridiaani. y -telje suund valitakse parema käe reegli alusel (vt. [1], [14], [15], aga samuti [17]). Koordinaatsüsteem WGS 84 määrab lisaks ristkoordinaatidele tähtsamate parameetritena veel maakera kui ideaalse ellipsoidi poolteljed, pöörlemise nurkkiiruse, külgetõmbejõu (gravitatsiooni) konstandi ning näidatakse arvutustes kasutatava valguse kiiruse väärtus vaakumis. Viimati täpsustati WGS 84 parameetreid 2004. aastal [18].

Nendes koordinaatides on vastuvõtja asukoht määratud kolme parameetriga (x, y, z) , kuid nende leidmiseks on vajalik vähemalt nelja satelliidi samaaegne nähtavus. Probleemiks on, et vastuvõtjas olev kell pole tõenäoselt piisavalt täpne võrreldes satelliitide ülitäpsete kelladega ning sellest tulenevalt tekib täiendav tundmatu ehk kellaaja erinevus Δt , mis samuti arvatakse otsitavaks parameetriks.

Lihtsustatud käsitus GPS-vastuvõtja asukoha määramiseks on

seega vähemalt nelja mittelineaarset võrrandit sisaldava süsteemi

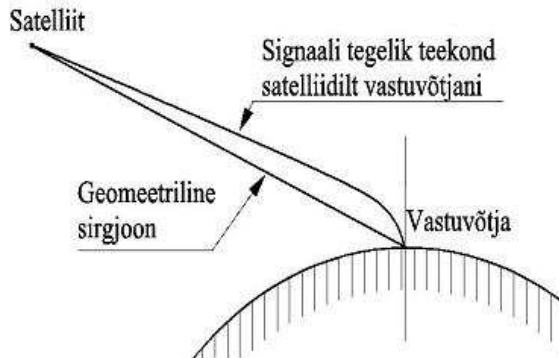
$$\left(x - X^k\right)^2 + \left(y - Y^k\right)^2 + \left(z - Z^k\right)^2 = \left(\rho^k - c \cdot \Delta t\right)^2 \quad (20)$$

lahendamine, kus $k = 1, \dots, m$, ja m on korruga nähtavate satelliitide arv ($m \geq 4$). Suurused X^k, Y^k, Z^k tähistavad konkreetse satelliidi asukoha koordinaate, c on valguse kiirus, Δt vastuvõtja otsitav parandus kellaaajale ning ρ^k – nn. pseudokaugus konkreetsest saatjast vastuvõtjani. Pseudokauguse ρ^k leidmiseks on igas konkreetses vastuvõtjas realiseeritud meetod, mis põhineb raadiolainete leviku teorial ja mille kirjeldusi võib leida töodes [1], [12] ning neis toodud viidetes.

Selle mittelineaarse võrrandissüsteemi (20) lahendamiseks on võimalusi palju ja reeglina GPS-vastuvõtjate tootjad konkreetsetes seadmes kasutatavat ei afšööri, märgitakse vaid võimalike nähtavate satelliitide arvu (kuni 12), mida positsioneerimiseks on võimalik kasutada. GPS-alases kirjanduses on siiski mainitud ka arvutusmatemaatikas tuntud meetodeid, mida on mõttekas kasutada. Näiteks vähimruutude meetod või Newton-Raphsoni meetod [12]. Samuti on mainitud, et Kálmán'i filtrit kasutades on võimalik asukoha määramist oluliselt täpsustada [1].

Ionosfääri ja troposfääri häired

Oma teekonnal satelliidist vastuvõtjani läbib raadiokiir maakera ümbritsevat troposfääri (atmosfääri osa, mis ulatub merepinnast kõrguseni 9–17 kilomeetrit vastavalt kas poolustel või ekvatoriaalaladel) ja ionosfääri (atmosfääri osa troposfääri kohal kuni tuhande kilomeetri kõrguseni) ning need mõlemad avaldavad oma mõju nn. hilistumise näol. Sisuliselt tähendab see, et raadiokiir läbib mitmesuguste murdumiste (refraktsiooni) tõttu otseteest erineva teekonna (vt. joonis 2).



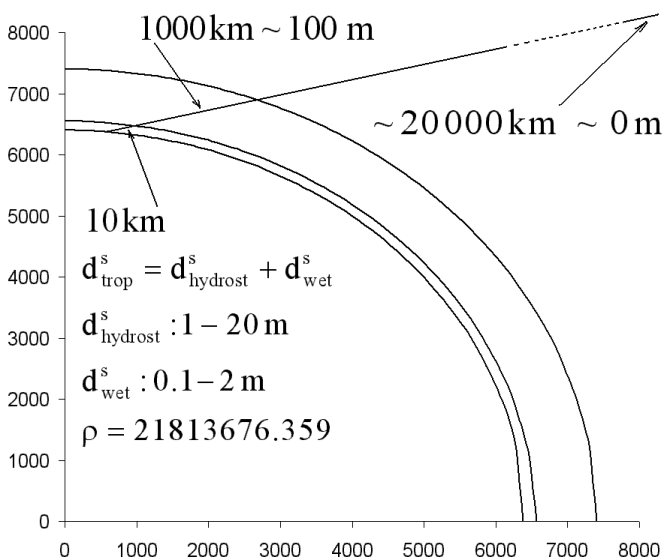
Joonis 2. Raadiosignaali tee atmosfääris.

Hilistumist troposfääris nimetatakse GPS-alases kirjanduses sageli troposfääriliseks hilistumiseks [1]. Pääkesekiirgusest tingitud ionisatsioon ionosfääris tingib nn. ionosfäärilise refraktsiooni, millega samuti kaasneb vastav signaali hilistumine. Troposfääris avaldavad signaali levikule mõju peamiselt temperatuur, õhurõhk ja atmosfääris sisalduv vesi.

Ionosfäärist tingitud häirituse praktiliselt täielikuks kõrvaldamiseks on teada meetodid, mis tuginevad kaheageduslike vastuvõtjate kasutamisele ja asjaolule, et GPS-navigatsiooni sagedustel erinevate sagedustega kiired läbivad ionosfääri erinevate kiirustega. Sellest tuleneb, et satelliidist samaaegselt lähtuvatele L1 ja L2 sagedustega raadiosignaalidele on ionosfääri mõju erinev. Sõltuvalt satelliidi asendist horisoni suhtes (kaldenurgast) võib ionosfäärist tingitud radiokiire teekonna pikkus osutada ca 100 meetrit pikemaks võrreldes geomeetrilise sirgjoonega. Kaheageduslikes GPS-vastuvõtjates on realiseeritud L1 ja L2 signaalide kombinatsioon selliselt, et minimeerida ionosfääri poolt tekitatud taoline häire. Murdumisnäitaja ionosfääris võib avaldada mitmel erineval viisil (vt. näiteks [9]), üks võimalikke viise on paranduse $d\rho_{ion} \approx \frac{f_2^2}{f_2^2 - f_1^2}(\rho_{L1} - \rho_{L2})$ kasutamine ionosfääris tekkiva häire elimineerimiseks pseudokauguse ρ_{L1} leidmisel. Siin f_1 ja f_2 on vastavalt L1 ja L2 sagedused. Märkime, et antud sageduste korral $\frac{f_2^2}{f_2^2 - f_1^2} \approx -1,54572778$.

Troposfäär seevastu on mittedispersiivne – siin signaali faasi-kiirus keskkonnast ei sõltu ja sellest tulenevalt erinevate sageduste mõõtmistulemusi kombineerides pole võimalik troposfäärist põhjustatud hilinemist elimineerida.

Troposfäärihilistumine jagatakse kaheks komponendiks: hüdrostaatiliseks ehk “kuivaks” (*dry*) ja “märjaks” (*wet*). Hüdrostaatiline osa põhjustab umbes 90% kogu troposfääris tekkivast hilistumisest ja märg osa ca 10%, kokku umbes 1–20m ([1], [4], [15]). Neid hilistumisi tähistatakse vastavalt d_{hydro}^s ja d_{wet}^s ning kogu hilistumine troposfääris avaldub kujul $d_{trop}^s = d_{hydro}^s + d_{wet}^s$. Ülaindeks s (sõnast *slant* – kaldu) märgib siin, et hilistumist vaadeldakse piki kiirt.



Joonis 3. Hilistumised atmosfääris.

Kõrvaloleval joonisel 3 on kujutatud hilistumise tekkekohad ionosfääris ja troposfääris. Näitena on esitatud üks võimalik satelliidi ja vastuvõtja vaheline pseudokaugus ρ meetrites.

Niiskuse mudelid

Nagu eespool märgitud, GPS-vastuvõtjani jõudnud raadiosignaali teekonna pikenemine on põhjustatud nii ionosfääri kui troposfääri poolt ja ionosfääri osa kogu selles hilistumises on võimalik täpselt fikseerida ning seega ka elimineerida. Troposfääri poolt tekitatud hilistumise raskestimääratavaks komponendiks osutub märg komponent, kuna kuiva osa saab rahuldavalt modelleerida ja elimineerida⁴ Siit on tekkinud idee, et kui vastuvõtjate asukohad on fikseeritud, siis peaks olema võimalik peaaegu reaalajas (*near-real time*) määrata lisaks pseudokaugusele ka otsekaugus vastuvõtjast iga satelliidini ning nende kauguste vahe. Viimasest omakorda arvutada välja sellel teekonnal läbitud niiskuse hulk (vt. [1], [2], [11], [13], [15] ja kirjandus nendes).

Valem troposfäärilise hilistumise arvutamiseks on üldkujul järgmine [8]:

$$d^{trop} = \int n \cdot ds - \int ds = \int (n - 1) ds, \quad (1)$$

kus $n(s)$ tähistab atmosfääri refraktsiooniindeksit kiire teel. Integreeritakse üle teepikkuse vastuvõtjast ionosfäärini ning murdmisnäitaja n asemel kasutatakse suurust⁵ $N^{trop} = 10^6(n - 1)$, mida sageli nimetatakse lihtsalt refraktsiooniks.

Valem (1) avaldub nüüd kujul

$$d^{trop} = 10^{-6} \int N^{trop} ds. \quad (2)$$

Jaotades refraktsioonist tingitud hilistumise kaheks komponendiks, kuivaks (hüdrostaatiliselt, *dry*) ja märjaks (*wet*), saab troposfäärist tingitud hilistumise avaldada kujul

$$d^{trop} = 10^{-6} \int N_{hydro}^{trop} ds + 10^{-6} \int N_{wet}^{trop} ds. \quad (3)$$

⁴Märgime, et raadiosignaali teekonna pikkuse määramist häirivad lisaks mainitule veel mitmesugused võimalikud peegeldused, ebatäpsused ajaarvestuses jms., mis siiski on suurusjärgu võrra väiksemad kui troposfääri poolt põhjustatu.

⁵Kuna atmosfääris on $(n - 1)$ arvväärus ligikaudu 10^{-6} , siis on see otstarbekas 10^6 -ga läbi korrutada. N varieerub vahemikus $0, \dots, 300$.

Siin on kasutatud asjaolu, et refraktsiooni konstandi N^{trop} saab avaldada hüdrostaatilise ja märja osa summamana, milles sisalduvad konstandid määratakse katseliselt (ülevaate leiab artiklist [15]) ja mille väärtused sõltuvad konkreetsest geograafilisest asukohast. Näiteks on üks selline valem

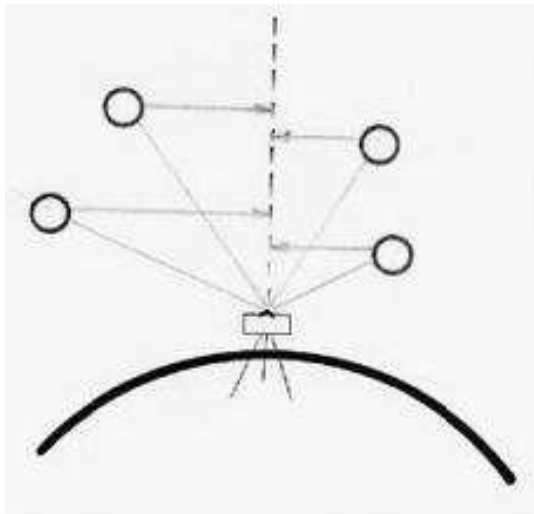
$$N^{trop} = \underbrace{77,6 \frac{P}{T}}_{\text{hüdrostaatiline}} + \underbrace{3,73 \cdot 10^5 \frac{e}{T^2}}_{\text{märj}}$$

kus P tähistab õhurõhku maapinnal, T temperatuuri ja e veeauru osarõhku. On ka teisi arvutuseeskirju (vt. [8], [13]). Kokkuvõtvalt saab öelda, et kuivast atmosfäärist tingitud hilistumisele on võimalik saada hinnang täpsusega kuni 1 mm, kui rõhk maapinnal on mõõdetud täpsusega 0,3 mb (vt. [2]). Märjast komponendist tingitud hilistumist nii täpselt hinnata ei suudeta, see varieerub tugevalt, ulatudes mõnest millimeetrist polaaraladel kuni 40 sentimeetritri troopikas.

Taoline jagamine kuivaks ja märjaks hilistumiseks tuleneb peamiselt sellest, et troposfäärilise hilistumise kuiv osa on võrdlemisi täpselt kirjeldatav mitmesuguste matemaatiliste mudelitega (Hopfield, Saastamoinen, Niell, jt. mudelid, ülevaade on toodud nt. [15]) ja see moodustab kogu troposfäärilisest hilistumisest ligikaudu 90%. Märja komponendi hindamine mudeli abil on aga komplitseeritud. Probleemiks on mõõteandmete puudus ja troposfääri ebastabiilsus (troposfääri turbulents, millega kaasneb erineva niiskuse ja temperatuuriga õhumasside kiire segunemine või vahetumine).

Kirjanduses (nt. [1], [15]) kohtame sageli mõisteid ZTD (*Zenith Total Delay*) ja STD (*Slant Total Delay*), mille eestikeelsed seletused oleksid vastavalt vaatluspunktis seniiti projitseeritud summaarne hilistumine ja signaali hilistumine reaalsel (kald)teel vastuvõtja antennist konkreetse GPS-satelliidini (vt. joonis 4). Ilmaennustuse ja monitooringu seisukohalt on seni enam kasutatud esimest varianti, mis võimaldab avaldada integraalse karakteristiku – sadestatava vee hulga konkreetse vaatluspunkti kohal, eeldades seejuures homogeenset atmosfääri. Selline eeldus ei anna ettekujutust veeauru sisalduse ruumilise jaotuse kohta, kuid omab suurt

tähtsust lühiajalise ilmaprognoosi koostamisel ja on ka teatud määral traditsiooniline mõõtmisviis, mille analoogiks võib pidada meteosondide kasutamist.



Joonis 4. Hilistumiste projitseerimine.

Nagu troposfääri kogu niiskus on käsitletav kahest komponendist koosnevana, nii jaguneb ka seniiti projitseeritud hilistumine kaheks osaks, hüdrostaatilise (kuiva) ja märja niiskuse poolt põhjustatuks: $ZTD = d_{hydro}^z + d_{wet}^z$. Ilmaennustustes on eriti oluline teada nn. sadestatava vee ($PWV - Precipitable Water Vapour$) hulka, mille saamiseks on tuletatud valem $PWV = \Pi \cdot d_{wet}^z$, kus Π on nn. konversatsiooni kordaja, mis on suurusjärku 0,15 ja mille täpsem väärtus sõltub geograafilisest asukohast ja tuleb määrata katseliselt [1]. See konstant tähendab sisuliselt, et 1 mm sadestatavat vett atmosfääris põhjustab raadiokiire hilistumist ca 6,5 mm.

Kokkuvõtvalt saame öelda: selleks, et modelleerida (hinnata) atmosfääri kuiva osa mõju troposfäärilisele hilistumisele, tuleb mõõta maapinnal rõhk ja temperatuur. Märja komponendi leidmiseks on lisaks temperatuurile ja õhurõhule vaja mõõta suhtelist õhuniiskust vaatluspunktis.

Signaali hilistumine sõltub tugevalt raadiokiire kaldenurgast

ja kasvab märkimisväärselt nurga muutudes seniidist horisondile. Navigatsiooni ja geodeetiliste mõõtmiste seisukohalt on siinjuures tegemist ebamugava asjaoluga, sest horisondile lähemal paistvate satelliitide signaal on atmosfäärist oluliselt tugevamini häiritud. GPS-meteoroloogia seisukohast on efekt aga vastupidine – horisondi suhtes madalamate satelliitide signaal läbib oma teel märkimisväärselt suuremat osa atmosfäärist, sisaldades ühtlasi rohkem detekteeritavat meteoinfot. Soovituslikult ei kasutata navigatsioonis vaatluste tegemiseks vähem kui 15 nurgakraadi võrra horisondi suhtes madalamal paistvaid satelliite. Praktilist laadi piirangud tekivad ka GPS-meteoroloogias. Kirjandusest leiab aga ka viiteid vaatlusnurkade kohta alates kahest tõusukraadist horisondi suhtes [6]. Hilistumine troposfääris kasvab sõltuvalt nurgast ε seniidi suhtes võrdeliselt funktsiooniga $\frac{1}{\cos \varepsilon}$.

Seniidisuunale projitseeritud hilistumise ja raadiokiire otseteel (kaldteel) kujuneva hilistumise kohta on leitud järgmine seos

$$d_{trop}^{slant} = m_{hydro}(\varepsilon) \cdot d_{hydro}^z + m_{wet}(\varepsilon) \cdot d_{wet}^z,$$

milles osalevaid tegureid on erinevate autorite poolt otsitud ja tuletatud erinevalt, ülevaate erinevatest mudelitest võib saada nt. töös [13]. Selles on ühena paljudest kirjeldatud nn. Saastamoineni mudelit, milles

$$d_{hydro}^z = \frac{0,002277 \cdot P}{1 - 0,0026 \cdot \cos 2\varphi - 0,00000028 \cdot H}$$

ja

$$d_{wet}^z = 0,002277 \left(\frac{1255}{T} + 0,05 \right) \cdot e,$$

kus H tähendab kõrgust merepinnalt ja φ vaatluspunkti laiuskraadi. P ja T on vastavalt õhurõhk (mB) ja absoluutne temperatuur ning e veeauru osarõhk. Mudelite koostamisel ja kontrollimisel on olulised ka funktsioonid $m_{hydro}(\varepsilon)$ ja $m_{wet}(\varepsilon)$. Illustreerimaks nende võimalikku kuju, toome siinkohal ühe teise mudeli, nn. Neilli mudeli

näite, kus $m_{hydro}(\varepsilon)$ avaldub kujul

$$m_{hydro} = \frac{\frac{1}{1 + \frac{a_{hydro}}{b_{hydro}}}}{1 + \frac{a_{hydro}}{1 + c_{hydro}}} + \left(\frac{1}{\sin \varepsilon} - \frac{\frac{1}{1 + \frac{a_{ht}}{b_{ht}}}}{1 + \frac{a_{ht}}{1 + c_{ht}}} \right) \times \frac{H}{1000}$$

$$m_{hydro} = \frac{\frac{1}{\sin \varepsilon + \frac{a_{hydro}}{b_{hydro}}}}{\sin \varepsilon + \frac{a_{hydro}}{1 + c_{hydro}}} + \left(\frac{1}{\sin \varepsilon} - \frac{\frac{1}{\sin \varepsilon + \frac{a_{ht}}{b_{ht}}}}{\sin \varepsilon + \frac{a_{ht}}{1 + c_{ht}}} \right) \times \frac{H}{1000}$$

ja $m_{wet}(\varepsilon)$ on leitav valemiga

$$m_{wet} = \frac{\frac{1}{1 + \frac{a_{wet}}{b_{wet}}}}{1 + \frac{a_{wet}}{1 + c_{wet}}} \cdot \frac{1}{\sin \varepsilon + \frac{a_{wet}}{b_{wet}}}$$

$$m_{wet} = \frac{1}{\sin \varepsilon + \frac{a_{wet}}{1 + c_{wet}}}$$

Siin ε on raadiokiire elevatsiooninurk, erinevate alaindeksitega koefitsiendid a, b, c sõltuvad laiuskraadist, mõõtmispunkti kõrgusest merepinnast, samuti päevast aastas. Väidetavalt olevat see mudel täpsem laiuskraadidel $43^\circ\text{N} - 75^\circ\text{N}$. (Eesti asub vahemikus $57,5^\circ\text{N} - 59,7^\circ\text{N}$.)

Veeauru ruumiline detekteerimine

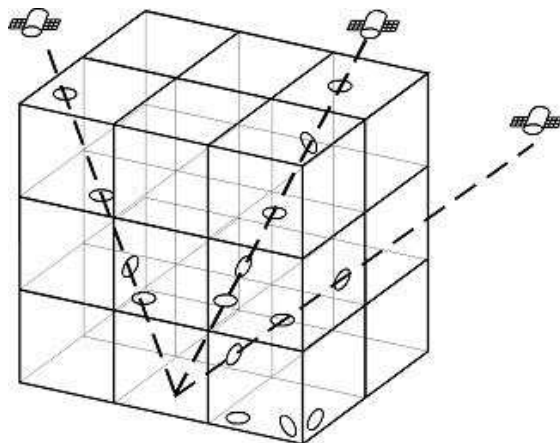
Nagu juba märgitud, on sadestatava vee hulga (PWV) määramisel GPS seadmetega võimalik saavutada täpsus 2mm [1]. Teadlasi on aga hakanud huvitama, kuidas kasutada GPS-seadmeid, et saada niiskuse ruumilist jaotust teatud troposfääri osas. Viitame siinjuures artiklitele [7],[10], [11], millest leiab ka viiteid varemilmunu kohta.

Kokkuvõtvalt on põhiidee siinjuures selles, et ühtsesse süsteemi ühendatakse palju vastuvõtjaid, mille täpsed asukohad leitakse. Need vastuvõtjad võivad hõlmata mitmesaja ruutkilomeetrise piirkonna. Selle kohal olev atmosfäär jaotatakse kuni nõutava kõrguseni virtuaalseteks risttahukateks ehk vokseliteks (vt. joonis 5), s.t. diskretiseeritakse.

Kirjanduse põhjal on teada (vt. eespool toodud viiteid), et vastuvõtjate omavaheliseks kauguseks sellise võrgustiku puhul on

soovitatav võtta 10–40 kilomeetrit ja et oluline osa troposfääri niiskusest paikneb maapinnast 7–10 km kõrguseni. Veeauru detekteerimiseks võetakse vaatluse alla kõik signaalkiired (need kiired, mis konkreetsel ajahetkel on vaatlusteks/navigatsiooniks piisava kvaliteediga), mis kulgevad igast võrgustikus nähtavast satelliidist igasse vastuvõtjasse. Nende kiirte koguarvuks on $n \cdot m$, kus n tähistab nõutud ajahetkel nähtavate satelliitide arvu ja m vastuvõtjate arvu.

Iga raadiokiir satelliidist vastuvõtjani läbib oma teel teatud hulga vokseleid ja igas vokselis sisalduv niiskus annab oma osa raadiokiire teekonna pikendamiseks. Nõnda tekkinud teekonna osalõikudest moodustub raadiokiire summaarne teekond.



Joonis 5. Kiirte kulgemine ja vokseliteks jaotus.

Otsetee ja niiskusest tingitud pikema teekonna erinevus sisuliselt iseloomustab raadiokiire teel olevat niiskuse koguhulka ja on suurus, mis tuleb jagada nende vokselite vahel, mida vastav kiir läbib. Sisuliselt tekib matemaatiline ülesanne, mis on oma olemuselt lineaarne võrrandisüsteem $\sum_{i=1}^v x_i \cdot s_{i,j} = f_j$ ja mille lahendit interpreteeritakse kui sadestuva niiskuse hulka vokselites.

Võrrandisüsteemis $j = 1, \dots, K$, kus K on nähtavatest satelliitidest vastuvõtjaisse suunduvate raadiokiirte koguarv fikseeritud ajahetkel, v – vokselite koguarv, $s_{i,j}$ – j -nda kiire teepikkus vokselis

i . Selle võrrandisüsteemi lahend $x_i, i = 1, \dots, v$, iseloomustab seda, kui suur on raadiokiire hilistumine igas vokselis. Iga hilistumine on aluseks sadestatava vee hulga arvutamisel, milleks võib kasutada erinevaid mudeleid.

Meteoalaseid arendustegevusi

Mitmel pool maailmas on hakatud GPS-püsijaamu süstemaatiliselt kasutama meteoandmete hankimiseks ja vastavasisuliste uuringute läbiviimiseks. Toome vaid mõned näited.

NOAA (National Oceanic and Atmospheric Agency) USA-s kasutab neid lühiajaliste ilmaprognooside täpsustamiseks. Sisuliselt 200 jaama üle kogu riigi koguvad ja töötlevad andmeid. USA ülikoolide algatusel on loodud eri riikide ülikoolides üle maailma tugijaamade võrk, ca 100 jaama, mille nimeks on SUOMINET ja mille esmaülesanne on uurimistö [16].

Jaapanis käivitati 1997. aastal projekt GPS/MET-Japan, et kasutada ära eksisteerivaid geodeetide poolt paigaldatud GPS-püsijaamu. Kogu riik on kaetud enam-vähem ühtlaselt jaamadega, mille kaugused üksteisest on ligikaudu 30 km ja meteoroloogid kasutavad saadud andmeid sadestatava vee hulga määramiseks [5].

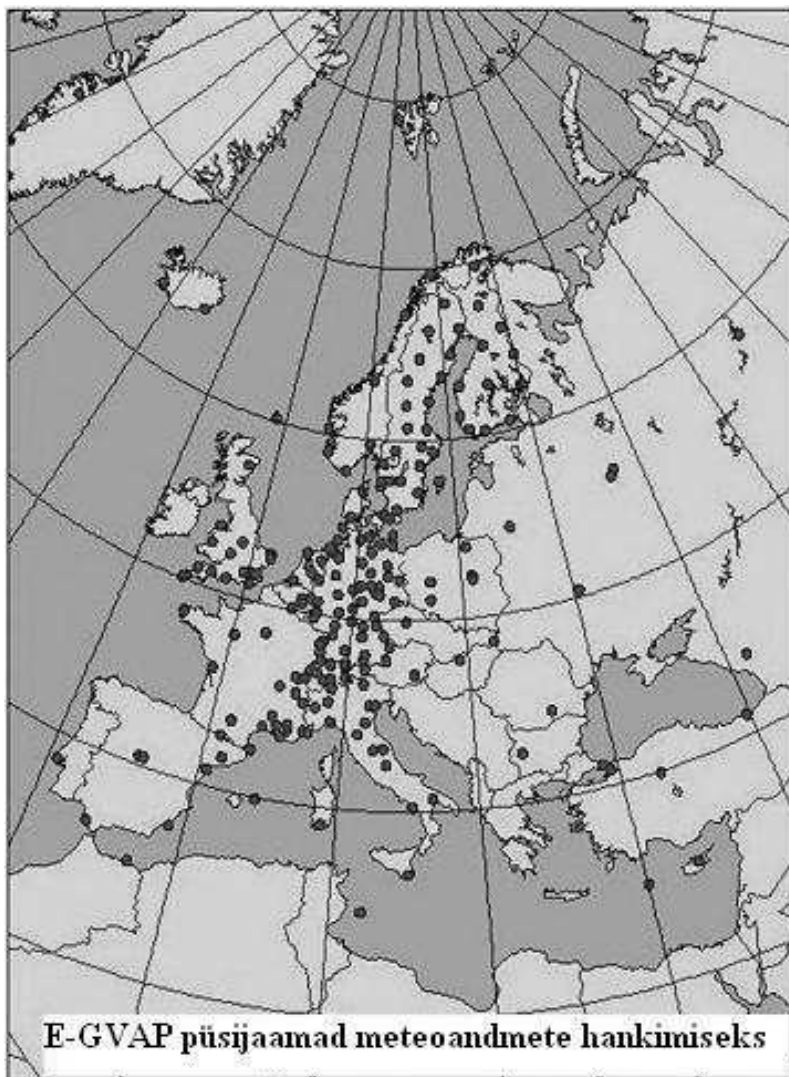
Ka Saksamaal on vastav üleriigiline süsteem loodud, märgitakse umbes 200 jaama olemasolu 50 kilomeetrise intervallidega.

Euroopa 21 riigi meteoroloogid (EUMETNET) on käivitanud 2005. aasta aprillis nelja-aastase uurimis- ja arendusprojekti koodnimetusega E-GVAP, et koos geodeetidega töötada välja ja luua süsteem atmosfääri veeauru mõõtmisteks GPS-seadmeid kasutades [3]. Mainitud on, et juba üle 400 GPS-püsijaama saadavad regulaarselt tunniajase intervalliga mõõdetud andmeid Suurbritannia meteoroloogiateenistusse (UK Met Office), kus neid seejärel töödeldakse, esialgu küll veel teaduslikel eesmärkidel.

Klimatoloogide ja meteoroloogide poolt on pikaajaliselt välja arendatud andmete kogumise ja töötlemise süsteemid, mis eeldavad teatud kvaliteeti, andmete homogeensust ja stabiilsust, aga samuti protseduure probleemsetest olukordadest väljatulekuks. E-GVAP on seadnud endale ülesandeks viia GPS-signaalide hilistumistest

saadav info vastavusse mainitud tingimustega.

Kuna aga nii kuiv õhk kui ka atmosfääris leiduv veeaur mõjutavad geodeetiliste mõõtmiste täpsust, on geodeetidel oluline teada hetkeolukorra niiskuse jaotust ja/või ilmastiku mõju. E-GVAP projekt on ka sellealase arendustegevuse ja koostöövõimaluse oma plaanidesse lülitanud.



Nagu ülaltoodud kaardilt (mille puhul on kasutatud kodulehel [3] leiduvat skeemi) näha, pole Eesti E-GVAP projektiga veel ühinenud. GPS-navigeerimissüsteemi võimalustega meteoalasteks teadusuuringuteks on alles asutud tutvuma. Üheks esimeseks katseks GPS-alases meteoroloogias võib pidada tööd [11], mis kujutab endast eelkõige valdkonna probleemidesse sisseelamist. Sellega on Eesti teadlased alustanud tööd, et saada E-GVAP projekti võrdväärseks partneriks ja jõuda järele teiste uurijate poolt paarikümne aasta jooksul tehtule.

Kirjandus

1. M. Bevis, S. Businger, S. Chiswell, T.A. Herring, R.A. Anthes, C. Rocken, R.H. Ware, *GPS Meteorology: Remote sensing of atmospheric water vapor using the Global Positioning System*, J. Geophys. Res. **97** (1992), 787–801.
2. J.P. Duan, M. Bevis, P. Fang, Y. Bock, S. Chiswill, S. Businger, C. Rocken, F. Solheim, T. van Hove, R. Ware, S. McClusky, T.A. Herring, R.W. King, *GPS Meteorology: Direct estimation of the absolute value of precipitable water*, Journal of Applied Meteorology **35** (1996), 830–838.
3. E-GVAP project. <http://egvap.dmi.dk/> (15.02.2007)
4. R. Eresmaa, H. Järvinen, *An observation operator for ground based GPS slant delays*, Tellus A **58** (2006), 131–140.
5. GPS/MET-Japan. http://dbx.cr.chiba-u.jp/gps_met/gpsmet/index.html (15.02.2007)
6. J. Guo, R.B. Langley, *A new tropospheric propagation delay mapping function for elevation angles down to 2 deg*, Proceedings of ION GPS/GNSS 2003, 16th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation, Portland, OR, 9–12 September 2003, 386–396.
7. K. Hirahara. *Local GPS tropospheric tomography*, Earth Planets Space **52** (2000), 935–939.

8. B. Hofmann-Wellenhof, L. Lichtenegger, J. Collins, *GPS: Theory and Practice*, Wien – New York: Springer, 2001.
9. J. Klobuchar, *Ionospheric effects in GPS*, Global Positioning System: Theory and applications, Vol. I, Chapter 12. 1996.
10. A. MacDonald, Y. Xie, R. Ware, *Diagnosis of three dimensional water vapor using slant observations from a GPS network*, Monthly Weather Review **130** (2002), 386–397.
11. P. Miidla, K. Rannat, P. Uba, *Simulation of the tropospheric water vapor distribution monitoring*, Proceedings of the I3M International Mediterranean Modelling Multiconference, Marseilles, France, October 20-22, 2005, EMSS 2005, 223–228.
12. P. Misra, P. Enge, *Global Positioning System. Signals, Measurements, and Performance*, Ganga-Jamuna Press, 2001.
13. T. Nilsson, *Assessment of tomographic methods for estimation of atmospheric water vapor using ground-based GPS*, Thesis for the degree of Licentiate of Engineering. Chalmers University of Technology, 2005.
14. B.W. Parkinson, J.J. Spilker, *Global Positioning System: Theory and Applications* Vol 1, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996.
15. S.M Shrestha, *Investigations into the Estimation of Tropospheric Delay and Wet Refractivity Using GPS Measurements*, A Thesis in partial fulfilment of the requirements for the degree of master of science. Calgary, Alberta, 2003.
16. SUOMINET. <http://www.unidata.ucar.edu/data/suominet> (15.02.2007).
17. WGS84. <http://www.geo.ut.ee/~raivo/bursa.html> (15.02.2007).
18. World Geodetic System. http://en.wikipedia.org/wiki/World_Geodetic_System (15.02.2007).