

MATEMAATIKAOLÜMPIAADI PIIRKONNAVOOR

5. klass

19. veebruar 2025

I osa VASTUSED

II OSA VASTUSED, LAHENDUSED ja HINDAMISJUHISED

I osa

1) 2025

2) 195

3) 6

4) 7

5) 4

(Need võimalused on: 12 ja 8, 11 ja 9, 9 ja 6 ja 5, 8 ja 7 ja 5)

6) 13:05

7) 900

8) 4

9) 3 cm^2

10) 68 cm

I osa Hindamisjuhised

Iga õige vastus 2p.

Ülesannete 9 ja 10 vastuste vastavalt 3 ja 68 (st ilma ühikuta) eest anda

1p

II osa

1. Vastus: puudub number 1.

Lahendus:

Kuna summa üheliste number on 4 ja teise liidetava üheliste number on 6, siis esimese liidetava üheliste number peab olema 8.

$$*78 + 5*6 = **4$$

Teise liidetava sajaliste number on 5, seega summa sajaliste number on kindlasti suurem kui 5. Kõik numbrid pidid erinevad olema ja kuna numbrid 6, 7 ja 8 on juba kasutusel, siis summa sajaliste number peab olema 9.

$$*78 + 5*6 = 9*4$$

Kuna summa sajaliste number on 9 ja teise liidetava sajaliste number on 5, siis esimese liidetava sajaliste number saab olla 3 või 4. Kuna number 4 on juba summa üheliste number, siis esimese liidetava sajaliste number peab olema 3.

$$378 + 5*6 = 9*4$$

Teise liidetava kümneliste number saab olla 0, 1 või 2.

Kui see oleks 0, siis summa kümneliste number oleks 8, aga nii ei saa, sest number 8 on juba kasutatud.

Kui see oleks 1, siis summa kümneliste number oleks 9, aga see ei sobi, kuna number 9 on juba kasutatud.

Kui see oleks 2, siis saame summa kümneliste numbriks 0.

$$\text{Tehe on } 378 + 526 = 904.$$

Järelikult jääb kasutamata number 1.

Hindamisjuhised:

Leitud, esimese liidetava üheliste number: 1p

Leitud, summa sajaliste number: 1p

Leitud, esimese liidetava sajaliste number: 1p

Näidatud, et numbrid 0 ja 1 ei saa olla teise liidetava kümneliste numbriks: 1p

Näidatud, et number 2 saab olla teise liidetava kümneliste numbriks: 1p

Antud ainult õige vastus: 2p

2. Vastus: Õun on 48 g võrra pirnist raskem

Lahendus:

Kuna kaks õuna kaaluvad kokku samapalju kui kolm pirni, siis viis õuna kaalub samapalju kui kolm pirni ja kolm õuna. Selle saame kui teisel kaalul lisaksime kummalegi kaalukausile kolm õuna.

Kuna kolm õuna ja kolm pirni kaaluvad kokku $3 \cdot 240 \text{ g} = 720 \text{ g}$, siis ka viis õuna kaaluvad ka kokku 720 g. Järelikult üks õun kaalub $720 \text{ g} : 5 = 144 \text{ g}$.

Analoogselt saame, et viis õuna kaaluvad kokku samapalju kui kolm pirni ja kolm õuna. Selle saame, kui teisel kaalul lisaks kummalegi kaalukausile kaks pirni.

Kuna kaks õuna ja kaks pirni kaaluvad kokku $2 \cdot 240 \text{ g} = 480 \text{ g}$, siis ka viis pirni kaaluvad kokku 480 g.

Järelikult üks pirn kaalub $480 \text{ g} : 5 = 96 \text{ g}$.

Seega õun kaalub pirnist $144 \text{ g} - 96 \text{ g} = 48 \text{ g}$ rohkem.

Hindamisjuhised:

Leitud ühe pirni kaal: 1p

Näidatud kuidas leitud pirni kaal: 1p

Leitud ühe õuna kaal: 1p

Näidatud kuidas leitud õuna kaal: 1p

Leitud mitme grammi võrra on õun pirnist raskem: 1p

Antud ainult õige vastus: 2p

3. Vastus: Übermööd on 66 cm.

Lahendus:

Parempoolsel joonisel olevast ristkülikust näeme, et ruudu külje pikkus ja väiksema ristküliku pikema külje pikkus on kokku sama palju nagu suurema ristküliku pikema külje pikkus.

Seega ruudu kahe külje pikkuste summa on $52 \text{ cm} - 38 \text{ cm} = 14 \text{ cm}$.

Seega saame, et parempoolsel joonisel oleva ristküliku laius on 14 cm.

Järelikult suurema ristküliku pikema külje pikkus on $(52 - 14) : 2 = 19 \text{ cm}$. See on ühtlasi parempoolsel joonisel oleva ristküliku pikema külje pikkuseks.

Parempoolsel joonisel oleva ristküliku übermööd on $2 \cdot (14 + 19) = 2 \cdot 33 = 66 \text{ cm}$.

Hindamisjuhised:

Tähelepanek, et ruudu külje pikkus ja väiksema ristküliku pikema külje pikkus on võrdsed suurema ristküliku pikema külje pikkusega: 1p

Leitud ruudu kahe külje pikkuste summa (ruudu ühe külje pikkus): 1p

Leitud parempoolsel joonisel oleva ristküliku laius: 1p

Leitud parempoolsel joonisel oleva ristküliku pikkus: 1p

Leitud parempoolsel joonisel oleva ristküliku übermööd: 1p

Antud ainult õige vastus: 2p (Kui vastus on antud ilma ühikuta, siis anda vastuse eest 1p)

4. Vastus: Läbitud tee pikkus on 50 m.

Lahendus 1: Joonisel näeme, et läbitud tee kahe horisontaalse osa pikkuste summa on $22\text{ m} + 6\text{ m} = 28\text{ m}$.

Vertikaalse joone saame jaotada kolmeks osaks: üks neist on pikkusega 19 m ja kaks on võrdsed poole koridori laiusega. Seega vertikaalse osa pikkus on 19 m ja sellele on lisatud terve koridori laius. Vertikaalse osa pikkus on $19\text{ m} + 3\text{ m} = 22\text{ m}$.

Seega läbitud tee pikkus on $28\text{ m} + 22\text{ m} = 50\text{ m}$.

Lahendus 2: Paneme tähele, et joonisel tugevama joonega märgitud lõigu pikkus on

$26\text{ m} - 6\text{ m} - 6\text{ m} = 14\text{ m}$.

Seega joonisel ülemise horisontaalse joone pikkus on $14\text{ m} + 6\text{ m}$ ja sellest tuleb maha võtta poole koridori laius.

Joonisel alumise horisontaalse joone pikkus on $22\text{ m} - 14\text{ m}$ ja sellele tuleb juurde lisada poole koridori laius.

Saame, et horisontaalsete joonte pikkuste summa on $14\text{ m} + 6\text{ m} + 22\text{ m} - 14\text{ m} = 28\text{ m}$.

Vertikaalse joone saame jaotada kolmeks osaks: üks neist on pikkusega 19 m ja kaks on võrdsed poole koridori laiusega. Seega vertikaalse osa pikkus on 19 m ja sellele on lisatud terve koridori laius. Vertikaalse osa pikkus on $19\text{ m} + 3\text{ m} = 22\text{ m}$.

Läbitud tee pikkus on $28\text{ m} + 22\text{ m} = 50\text{ m}$.

Hindamisjuhised :

Näidatud, kuidas leida horisontaalsete osade pikkuste summat: 1p

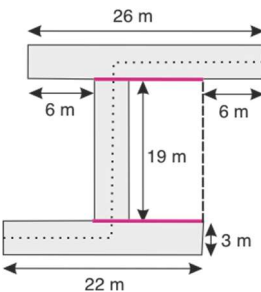
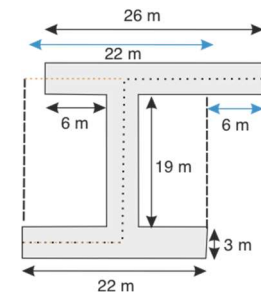
Leitud läbitud tee horisontaalsete osade pikkuste summa: 1p

Näidatud, kuidas leida vertikaalse osa pikkust: 1p

Leitud läbitud tee vertikaalse osa pikkus: 1p

Leitud kogu läbitud tee pikkus: 1p

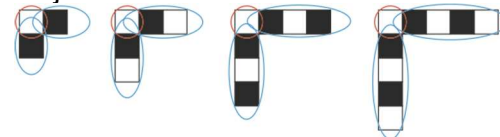
Antud ainult õige vastus: 2p (Kuna küsimuses on ühik antud, siis see ei pea vastuses olema.)



5. Vastus: a) 1012-s kujundis... b) 2026 musta ruutu

Lahendus:

Paneme tähele, et iga kujundi saab jaotada kolmeks osaks. Üheks osaks on alati valge ruut, mis on ühine nii horisontaalsele kui vertikaalsele reale, vertikaalse rea ülejäänud osa ja horisontaalse rea ülejäänud osa.



Kummaski nn ülejäänud osas on täpselt nii mitu ruutu nagu on kujundi järjekorranumber ja need on ühesugused mustade ja valgete ruutude poolest.

a) Lahendus 1: Arvestades eelnevaid tähelepanekuid saame, et 2025 ruutu on kokku kujundis, kus lisaks ühele valgele ruudule on nii ülejäänud vertikaalses kui horisontaalses reas kokku 2024 ruutu. Ehk ülejäänud horisontaalses reas on $2024 : 2 = 1012$ ruutu. Mis ühtlasi on ka kujundi järjekorranumbriks.

Lahendus 2: Esimeses kujundis on 3 ruutu. Igas järgmises kujundis on kaks ruutu rohkem võrreldes praegusega. Seega tulemuse 2025 saamiseks tuleb 3-le ruudule lisada kaks ruutu veel $(2025 - 3) : = 1011$ korda.

Järelikult 2025 ruutu on kujundis järjekorranumbriga 1012.

b) Kujundis järjekorranumbriga 2025 on üldse kokku $1 + 2025 + 2025 = 4051$ ruutu.

Eemaldades vertikaalse ja horisontaalse rea ühise valge ruudu, jääb kummasegi 2025 ruutu. Vaadates kujundite seaduspära saame, et kui reas on paarisarv ruute, siis on musti ja valgeid võrdselt, ning kui selles on paaritu arv ruute, siis musti on ühe võrra rohkem kui valgeid.

Seega 2025 ruudu seas on musti ruute 1013 tükki ja valgeid 1012.

Järelikult horisontaalses ja vertikaalses osas on kokku $2 \cdot 1013 = 2026$ musta ruutu.

Hindamisjuhised:

Tähelepanekud kujundite seaduspärasuse kohta (jagatud osadeks, tehtud kasulikke tähelepanekuid arvu järjekorranumbri ja ruutude arvu vahel): 1p

Leitud a) osa vastus: 1p

Selgitatud/näidatud kuidas leitud a) osa vastus: 1p

Leitud b) osa vastus: 1p

Selgitatud/näidatud kuidas leitud b) osa vastus: 1p