MATEMAATIKAOLÜMPIAADI PIIRKONNAVOOR
6. klass
21. veebruar 2024

I osa VASTUSED
II OSA VASTUSED, LAHENDUSED ja HINDAMISJUHISED

I osa

1) **18,98**

2) **30**

3) **24**

4) **7**

(24.01.24, 02.12.24, 03.08.24, 04.06.24, 06.04.24, 08.03.24, 12.02.24)

5) **29**

6) **45°**

7) **17**

8) **60** (60 cm)

9) **76** (76 cm^2)

10) **5** (5 cm)

I Hindamisjuhised

Iga õige vastus 2p.

Ülesanne 6. (vastus 45 ilma kraadimärgita, 1 punkt)
Ülesannete 8, 9 ja 10 vastustes võivad olla ühikud ja võivad ka mitte olla.

II osa

1. Vastus: Pakis oli 47 kaarti.

Lahendus 1:
Kui jagada kaarte viiele, siis üle jääb kaks kaarti.
Kui jagada kaarte kolmele, siis jääb ka kaks kaarti üle.
Järelikult kaartide arvust kahe võrra väiksem arv jagub arvudega 3 ja 5.
Arvust 52 väiksemad arvud, mis jaguvad nii arvuga 3 kui arvuga 5 on: 0, 15, 30 ja 45.
Seega kaartide arv võis olla kas 2, 17, 32 või 47.
Vaatame, millise kaartide arvu korral jääb neljale kaarte jagades 3 üle.
Kui kaarte oli 2, siis ei saanud neljale jaotades üle jääda 3 kaarti.
Kui kaarte oleks 17, siis jääks vaid 1 kaart üle, sest $17 = 4 \cdot 4 + 1$.
Kui kaarte oleks 32, siis ei jääks ühtegi kaarti üle, sest $32 = 4 \cdot 8$.
Kui kaarte oleks 47, siis jääks üle 3 kaarti, sest $47 = 4 \cdot 11 + 3$.
Seega kaardipakis oli 47 kaarti.

Lahendus 2:
Kui jagada neljale, siis jääb 3 üle. Järelikult kaartide arv saab olla: 3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, 31, 35, 39, 43, 47 või 51.
Kui jagada kolmele, siis peab kaks üle jääma ja eelnevast arvude loetelust sobivad vaid arvud 11, 23, 35 ja 47.
Kui jagada viiele, siis peab kaks üle jääma ning järgi jäänud arvudest sobib vaid arv 47.
Järelikult pakis oli 47 kaarti.

Hindamisjuhised (lahendus 1):
Märgatud, et kaartide arvust kahe võrra väiksem arv peab jaguma nii arvuga 3 kui ka arvuga 5: 2p
Leitud kõik arvust 52 väiksemad positiivsed arvud, mis jaguvad nii arvuga 5 kui ka arvuga 3: 1p
Näidatud, et 17 ja 32 ei sobi kaartide arvuks: 1p
Näidatud, et 47 sobib kaartide arvuks: 1p

Hindamisjuhised (lahendus 2):
Kirjutatud välja ühe jagamise korral sobivad kaartide arvud: 2p
Järgmise jagamise korral valitud eelnevast kõik sobilikud: 2p
Viimase jagamise korral valitud saadud arvudest sobilik: 1p

Antud ainult õige vastus: 2p

2. Vastus: a) Arvu 2024 ütleb ta 254. korral. b) Polli ütleb arvu 1136.
Lahendus: Volli öeldud arvud on 0, 8, 16, 24, jne.
Paneme tähele, et n. korral ütleb ta arvu $(n - 1) \cdot 8$.
Et 2024 : 8 = 253, siis 254, korral ütleb ta arvu 2024.
Polli öeldud arvud on 2024, 2016, 2008, 2000, ...
Paneme tähele, et igal korral on Volli ja Polli öeldud arvude summa 2024.
Seega kui Volli ütleb arvu 888, ütleb Polli arvu 2024 - 888 = 1136.

Hindamisjuhised:
a) Leitud seos arvu ja tema järjekorranumbri vahel: 1p
Leitud vastus 254: 1p
b) Märgatud, et Volli ja Polli samal ajal öeldud arvude summa on 2024: 2p
Leitud Polli öeldud arv: 1p

Antud ainult õiged vastused: 2p (kumbki vastus 1p)

3. Vastus: Suure valge ruudu külje pikkus on 36 cm.
Lahendus: Paneme tähele, et risti kahe suurema ruudu külje pikkuste summa on võrdne suure valge ruudu külje pikkusega ning ristis oleva suurema ruudu külje pikkus pluss väiksema ruudu kaks küljepikkust, on võrdne suure valge ruudu külje pikkusega.
Seega ristis oleva suurema ruudu külje pikkus on võrdne poolega suure valge ruudu külje pikkusest ning ristis oleva väiksema ruudu külje pikkus on võrdne poolega ristis oleva suurema ruudu külje pikkusest.
Seega ristis oleva suurema ruudu pindala on võrdne risti nelja väiksema ruudu pindalaga ehk risti pindala on sama mis kümnel väiksemal ruudul.
Et risti pindala on 810 cm^2, siis ristis ühe väikese ruudu pindala on 810 cm^2 : 10 = 81 cm^2. See aga tähendab, et ristis väiksema ruudu külje pikkus on 9 cm ja suurema oma $2 \cdot 9$ cm = 18 cm.
Järelikult suure valge ruudu külje pikkus on $2 \cdot 18$ cm = 36 cm.

Hindamisjuhised:
Märgatud, et ristis kahe suurema ruudu külje pikkuste summa on sama, mis ühel suuremal ruudul ja kahel väiksemal: 1p
Tähelepanek, kuidas ruutude külgede pikkused omavahel suhtuvad: 1p
Leitud, mitme väiksema ruudu pindalaga on risti pindala võrdne: 1p
Leitud ristis olevate ruutude külgede pikkused: 1p
Leitud suure valge ruudu külje pikkus: 1p

Antud ainult õige vastus: 2p

4. Vastus: Otsitavad arvud on: 101, 437, 527, 617 ja 707.
Lahendus: Kuna arv ei jagu arvuga 2, siis ükski paarisarv ei sobi ja vaatleme vaid paarituid arve.
Kirjutame välja kõik kolmekohalised paaritud arvud, kus kahe esimese numbri summa on võrdne kolmanda numbriga ning kus esimene number on suurem kui teine.
Saame: 101, 213, 303, 325, 415, 437, 505, 527, 549, 617, 639, 707, 729, 819 ja 909.
Neist arvud 213, 303, 549, 639, 729, 819 ja 909 jaguvad arvuga 3.
Arvud 325, 415, 505 jaguvad arvuga 5.
Seega jäävad alles arvud: 101, 437, 527, 617 ja 707.

Hindamisjuhised:
Tehtud tähelepanek, et kõik arvud peavad olema paaritud: 1p
Leitud kõik sellised kolmekohalised paaritud arvud, kus esimene number on suurem kui teine ja kahe esimese numbri summa on võrdne kolmandaga (kokku 15 arvu): 2p
Välistatud nende seast kõik arvuga 3 jaguvad arvud: 1p
Välistatud nende seast kõik arvuga 5 jaguvad arvud: 1p

Antud ainult õige vastus: 2p
(Kui on puudu üks arvudest või üks on lisaks, siis anda 1p)

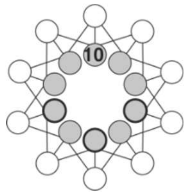
5.

<u>Lahendus:</u> Vaatame kuidas saavad arvud paikneda hallides ringides nii, et üheski valges ringis ei oleks arv suurem arvust 17.

Paneme tähele, et lisaks antule, et 7 ja 8 ei asu naaberringides, ei saa kahes hallis naaberringis kindlasti olla ka arvud 10 ja 9, 10 ja 8 ning 9 ja 8. Hallides naaberringides ei saa olla ka arvud 9 ja 7 ning 10 ja 6 sest vaadeldavad kaks arvu on kahes kolmikus koos ja sel juhul peaks kolmandaks arvus mõlemas kolmikus olema arv 1, mis aga ei ole võimalik.

Kui ühes hallis ringis on arv 10, siis selle kummaski naaberringis ei saa olla ei 9, 8, 7 ega 6.

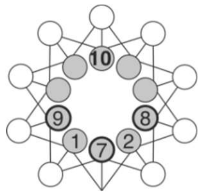
Vaatame arvust 10 ülejärgmist halli ringi. Kuna ka need kuuluvad arvuga 10 samasse kolmikusse, siis seal ei saa olla arve 9, 8 ja 7.



Kuna paarid 8 ja 9, 7 ja 9 ning 7 ja 8 ei saa olla naaberringides, siis on meil vaid kolm halli ringi, kus need saavad olla. (Joonisel märgitud tugevama joonega.) Arvude 9 ja 8 vahele peab jääma vähemalt kaks halli ringi, sest need ei saa kuuluda ühte kolmikusse, kuna 9 + 8 = 17 ja ei leiduks arvu, mida kirjutada nende vahel olevasse ringi.

Arvude 9 ja 7 vahele peab jääma vähemalt üks hall ring.

Seega saame, et arv 7 peab olema neist kolmest võimalikust ringist keskmine.



Sel juhul on selge, et arvude 7 ja 9 vahel olevasse ringi saab kirjutada vaid arvu 1 ja arvude 7 ja 8 vahel olevasse ringi saab kirjutada vaid arvu 2.

Ükskõik millisesse halli ringi kirjutada nüüd arv 6, selgub, et oleks vaja veelkord kirjutada numbreid 1 ja 2. Aga kuna need on juba kasutusel, siis ei ole see võimalik.

<u>Hindamisjuhised</u>:

Tehtud järeldus/märgatud, millised arvud ei saa hallides naaberringides olla: 1p

Tehtud järeldus/märgatud, millised arvud ei saa olla hallides ringides, mille vahele jääb vaid üks hall ring: 1p

Näidatud arvude 10, 9, 8, 7 ja paiknemine hallides ringides: 1p

Näidatud, kus peavad olema sel juhul arvud 1 ja 2: 1p

Näidatud, et sel juhul arvu 6 ei saa enam kuskile kirjutada: 1p