MATEMAATIKAOLÜMPIAADI PIIRKONNAVOOR
5. klass
21. veebruar 2024

I osa VASTUSED
II OSA VASTUSED, LAHENDUSED ja HINDAMISJUHISED

I osa

1) **12**

2) **469**

3) **29**

4) **9**

5) **S**

6) **6**

7) **0**

8) **44** (44 cm^2)

9) **48** (48 cm^2)

10) **100**

I Hindamisjuhised

Iga õige vastus 2p.

Märkus: Ülesannete 8 ja 9 vastustes võivad olla ühikud ja võivad ka mitte olla.

II osa

1. Vastus: Teisel päeval läbis Mati 108 km.
Lahendus: Mati läbis kahe päevaga 2024 km – 1826 km = 198 km.
Nende läbimiseks kulus tal kokku 5 tundi + 6 tundi = 11 tundi.
Seega 1 tunniga läbis ta 198 : 11 = 18 kilomeetrit.
Teisel päeval läbis ta 6 tunniga järelikult 6 · 18 = 108 kilomeetrit.

Hindamisjuhised:
Leitud, mitu kilomeetrit ta läbis kahe päevaga: 1p
Leitud, kui kaua ta sõitis kahel päeval kokku: 1p
Leitud, kui pika maa läbis 1 tunniga: 1p
Leitud, kui pika maa läbis 6 tunniga: 2p

Antud ainult õige vastus: 2p

2. Vastus: Küsitud ruudu ümbermõõt on 88 cm.
Lahendus: Ruudu I külje pikkus on 48 cm : 4 = 12 cm.
Vaadates I ja II osast moodustuvat ristkülikut, paneme tähele, et see erineb I osa ümbermõõdust lõigu CD kahekordse võrra.
Leiame lõigu CD pikkuse. Et 82 cm – 48 cm = 34 cm, siis CD pikkus on 34 cm : 2 = 17 cm.
Lõik AB on kaks korda pikem kui DE ning näeme, et CA ja CE peavad olema võrdsed, sest on sama ruudu küljed.
Seega saame, et 17 cm + DE = 12 cm + AB = 12 cm + DE + DE ehk
17 cm + DE = 12 cm + DE + DE.
Siit näeme, et DE peab olema 5 cm.
Seega II ja III osast moodustuva ruudu külje pikkus on 17 cm + 5 cm = 22 cm ning ümbermõõt on 4 · 22 cm = 88 cm.

Hindamisjuhised:
Leitud I osaks oleva ruudu külje pikkus: 1p
Leitud lõigu CD pikkus (ehk II osa külgede pikkused): 1p
Kirjutatud seos või tehtud tähelepanek, mis võimaldab leida osadest II ja III moodustuva ruudu külje pikkust: 1p
Leitud osadest II ja III moodustuva ruudu külje pikkus: 1p
Leitud ruudu ümbermõõt: 1p

Antud ainult õige vastus: 2p

3. Vastus: Sõnale KRÕPS saab vastata vaid arv 43825.

Lahendus: Võrdusest ÕGIS + ÕGIS + ÕGIS + ÕGIS + ÕGIS = KRÕPS näeme, et tähele S saab vastata kas 0 või 5.

Kui S on 0, siis kuna sõnas ÕGIS peavad olema järjestikused numbrid, kasvavas või kahanevas järjestuses, saaks sõnale ÕGIS vastata vaid arv 3210.

Aga sel juhul saame, et $5 \cdot 3210 = 16050$, mis ei saa vastata sõnale KRÕPS, kus kõik numbrid peavad olema erinevad.

Kui S on 5, tuleb vaadelda kahte olukorda: sõnale ÕGIS vastab arv 2345, sõnale ÕGIS vastab arv 8765.

Kui vastaks 2345, siis sõnale KRÕPS peaks vastama arv $5 \cdot 2345 = 11725$. See aga ei saa vastata sõnale, kus kõik tähed on erinevad.

Kui vastaks 8765, siis sõnale KRÕPS peaks vastama arv $5 \cdot 8765 = 43825$.

Tõepoolest, kui Õ = 8, G = 7, I = 6 ja S = 5, siis saab sõnale KRÕPS vastata arv, kus kolmandale tähele vastab 8 ja viimasele 5.

Hindamisjuhised:

Märgatud, et tähele S saab vastata number 0 või 5: 1p

Vaadeldud olukorda, kui sõnale ÕGIS vastab arv 3210 ja jõutud õige järelduseni: 1p

Vaadeldud olukorda, kui sõnale ÕGIS vastab arv 2345 ja jõutud õigele järeldusele: 1p

Vaadeldud olukorda, kui sõnale ÕGIS vastab arv 8765 ja jõutud õigele järeldusele: 2p

Antud ainult õige vastus: 2p

4. Vastus: Polli kirjutas 940 numbrit.

Lahendus 1:

Numbrite 0, 1, 2, 3 asemele kirjutab Polli ühekohalise arvu ja kõikide teiste numbrite asemele kahekohalise arvu.

Seega on vaja leida mitu korda mingit numbrit arvudes 300 kuni 499 on.

Arvudes 300 kuni 399, iga sajalise asendab ta ühekohalise arvuga.

Kümnelistest ja ühelistest numbrid 0, 1, 2 ja 3 asendab ühekohalise arvuga ja numbrid 4, 5, 6, 7, 8 ja 9 kahekohalise arvuga.

Igat numbrit on kümnelisena kasutatud 10 korda ja samuti ka ühelisena.

Seega kümnelisi asendades kirjutab ta $4 \cdot 10 + 2 \cdot 6 \cdot 10 = 160$ numbrit.

Samamoodi kirjutab ta ühelisi asendades $4 \cdot 10 + 2 \cdot 6 \cdot 10 = 160$ numbrit.

Järelikult arvude 300 kuni 399 asendamisel kirjutab ta $100 + 160 + 160 = 420$ numbrit.

Arvude 400 kuni 499 asendamisel, kirjutab ta iga sajalise asemele kahekohalise arvu. Kümneliste ja üheliste asendamine ei sõltu sajaliste numbritest ja seega ka siin kümneliste asemele kirjutab 160 numbrit ja üheliste asemele 160 numbrit.

Kokku kirjutab $200 + 160 + 160 = 520$ numbrit.

Seega kokku kirjutas Polli $420 + 520 = 940$ numbrit.

Lahendus 2:

Loendame kokku kõik sajaliste numbrite asendamised.

Saame, et sajaliste 200 numbri asemele kirjutas ta kokku $100 + 200 = 300$ numbrit, sest kui sajaliste arv oli 3, kirjutas asemele ühe numbri ja kui oli 4, siis kaks numbrit.

Kui kümnelisi oli 0, 1, 2 või 3, siis asendas kummaski sajas 40 numbrit 40 numbriga. Seega kokku kirjutas sel juhul kümnelisi asendades 80 numbrit.

Kui kümneliste number oli 4, 5, 6, 7, 8 ja 9, siis kummaski sajas asendas 60 numbrit 120 numbriga. Seega kokku kirjutas sel juhul kümneliste numbrite asemele 240 numbrit.

Seega üldse kirjutas ta kümnelisi asendades $80 + 240 = 320$ numbrit.

Samamoodi nagu kümneliste asendamise korral, kirjutas ta ka ühelisi asendades 320 numbrit.

Seega kokku kirjutas Polli $300 + 320 + 320 = 940$ numbrit.

Hindamisjuhised (lahendus 1):
Tähelepanek, milliste numbrite asemele kirjutatakse 1 ja milliste asemele 2 numbrit: 1p
Leitud arvude 300 kuni 399 või 400 kuni 499 numbrite asendamisel kirjutatavate numbrite arv: 2p
Leitud arvude 400 kuni 499 või 300 kuni 399 numbrite asendamisel kirjutatavate numbrite arv analoogiat kasutades: 1p
Leitud kõikide numbrite arv: 1p

Hindamisjuhised (lahendus 2):

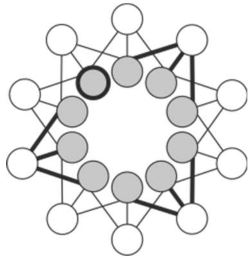
Leitud, mitu numbrit kirjutatakse sajaliste asemele: 1p
Leitud mitu numbrit kirjutatakse üldse kümnelisi (või ühelisi) asendades: 2p
Leitud analoogia põhjal kümneliste või üheliste asendamiseks kirjutatavate numbrite arv: 1p
Leitud kõikide numbrite arv: 1p

Antud ainult õige vastus: 2p

Märkus: On erinevaid võimalusi, millest loendamisel lähtuda.

5.

Lahendus: Paneme tähele, et ühte halli ringi kirjutatud arv on üheks liidetavaks kolmes valges ringis.
Ütleme, et hallid ringid moodustuvad kolmiku, kui sellesse kuuluvad ringid asuvad järjestikku.
Paneme tähele, et hallides ringides olevad arvud saame jaotada kolme kolmikusse ja üheks üksikuks nii, et ei leidu halli ringi, mis kuuluks kahte kolmikusse.
Neis kolmikutes ja ühes ülejäänud hallis ringis on arvude summa võrdne naturaalarvude 1 kuni 10 summaga, so
1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55.
Et kolmes valges ringis pidi summa olema 54, siis juhul, kui üksikus ringis on arv 1, ja ülejäänud üheksa halli ringi on jaotatud kolmeks kolmikuks, saamegi, et neis kolmes valges ringis olevate arvude summa on 55 – 1 = 54.



Hindamisjuhised:

Näidatud, et hallides ringides olevad arvud saab jaotada kolme kolmikusse ja üheks üksikuks: 1p
Leitud kõikides hallides ringides olevate arvude summa: 2p
Jõutud järeldusele, et halli ringi arvuga 1 ei ole vaja valida: 1p
Jõutud järeldusele, et alati tuleb valida mitte ühiseid halle ringe kokku koondavad valged ringid: 1p

Märkus: Kui on kaks ja enam näidet tehtud ning neil konkreetsetel juhtudel on sellised kolm valget ringi olemas, anda 1p.
Kui on näidete põhjal jõudnud märkamiseni, et alati tuleb valida ühiste hallide ringideta järjestikused kolmikud ja arv 1 välja jätta: 2p
Kui eelnev on põhjendatud kasutades kõikides hallides ringides olevate arvude summat: 2p