

MATEMAATIKAOLÜMPIAADI PIIRKONNAVOOR

6. klass

21. veebruar 2023

LAHENDUSED ja HINDAMISJUHISED

I osa

- 1) 33,5
- 2) 1010
- 3) 26
- 4) BAC
- 5) 6
- 6) 7×7
- 7) 6
- 8) 50 m^2
- 9) 9 cm
- 10) 4

I Hindamisjuhised

Iga õige vastus 2p.

ÜI 8 ja ÜI 9 (vastused ilma õige ühikuta 1p)

II osa

1. Vastus: 4. klassi õpilane lahendas Märdist 3 ülesannet rohkem.
Lahendus: Ülesande tekstist saame, et Kärt ei käinud 5. klassis ja Pärt ei käinud 6. klassis. Küsimusest saame, et Märt ei käinud 4. klassis. Vaatame nüüd, kui Kärt oleks olnud 4. klassi õpilane. Sel juhul pidi Pärt käima 5. klassis ja Märt 6. klassis. Seega Pärt lahendas Kärdist ühe ülesande vähem, aga kaks ülesannet rohkem kui Märt. Seega 4. klassi õpilane lahendas 3 ülesannet rohkem kui Märt.

Vaatame nüüd, kui Kärt oleks olnud 6. klassi õpilane. Sel juhul pidi Pärt käima 4. klassis ja Märt 5. klassis. Seega Märt lahendas Kärdist ühe ülesande vähem, aga Pärt lahendas kaks ülesannet rohkem kui Kärt. Seega ka sel juhul lahendas 4. klassi õpilane 3 ülesannet rohkem kui Märt.

Hindamisjuhised:

Teksti põhjal leitud, mitmendas klassis keegi kindlasti ei saanud käia: 1p
Vaadeldud ühte lastest ja vaadeldud kahte olukorda, millises klassis ta käis: 3p (Sealhulgas idee 1p ja kumbki olukord 1p.)
Tehtud õige lõppjärelus: 1p

Antud ainult õige vastus: 2p

Ainult vastuse eest, et 4.klassi õpilane (1p)

2. Vastus: suurim võimalik väärtus on 16.

Lahendus: Et summa $A + V$ väärtus oleks suurim, peavad liidetavad olema võimalikud suured. Paneme tähele $L + V$ ja $E + T$ on kahe erineva numbriga summad ja need on võrdsed. Seega need summad ei saa olla suuremad kui 15. ($9+8$ ei saa olla, ning kui oleks $9+7$, siis teine summa peaks olema $8+8$, aga kuna liidetavad peavad olema erinevad, siis pole see võimalik)

Seega $\ddot{O} \cdot \ddot{O}$ suurim võimalik väärtus on 9 ning sel juhul $\ddot{O} = 3$.

Sel juhul $T \cdot A$ saab olla vaid $1 \cdot 9$. Et summa $A + V$ tuleks suurim, siis võtame, et $A = 9$. Seega $T = 1$. Sel juhul $E = 8$.

Arvestades, et erinevatele tähtedele vastavad erinevad numbrid, siis kuna $E + T$ on $8 + 1$, siis $L + V$ saab olla $2 + 7$.

Seega saame, et summa $A + V$ oleks suurim võimalik kui $A = 9$ ja $V = 7$. Siis $A + V = 9 + 7 = 16$.

Kui A oleks 1 ja T oleks 9, siis kindlasti ei saa suuremat väärtust, sest siis $A + V$ oleks ühekohaline, sest T oli juba 9.

Hindamisjuhised:

Näidatud, et kaks antud summat ja korrutist, peavad kõik olema võrdsed arvuga 9: 2p

Leitud T ja A võimalikud väärtused: 1p

Leitud L ja V ning E ja T võimalikud väärtused: 1p

Valitud A ja V suurimad võimalikud väärtused ja leitud nende summa: 1p

Antud ainult õige vastus: 2p

3. Vastus: Ülemise rea vasakult 100. kuusnurgas on arv 2.

Lahendus: Kirjutame vasakult esimestesse tühjadesse kuusnurkadesse tähed A, B, C, D, E ja F joonisel näidatud viisil.

Saame, et $1 \cdot A \cdot B = 66$ ja ka $A \cdot B \cdot C = 66$.

Seega on ainus võimalus, et $C = 1$.

Et $A \cdot B \cdot C = 66$ ja ka $B \cdot C \cdot 2 = 66$, siis on ainus võimalus, et $A = 2$.

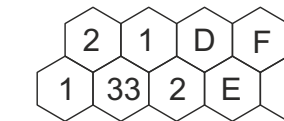
Kui $C = 1$ ja $A = 2$, siis peab $B = 33$.

Et $C \cdot 2 \cdot D = 66$, siis D peab olema jälle 33.

Edasi saame samamoodi, et $E = 1$ ja $F = 2$.

Paneme tähele, et ülemises reas hakkavad vasakult paremale korduma järjest arvud 2, 1, 33, 2, 1, 33, 2, 1, ...

Et $100 = 3 \cdot 99 + 1$, siis 100. kuusnurgas on sama arv, mis esimeses kuusnurgas. Selleks on arv 2.



Hindamisjuhised:

Näidatud, et kuusnurkades saavad olla vaid arvud 1, 2 ja 33: 3p

Leitud arvude järjestus ülemise rea kuusnurkades: 1p

Leitud ülemise rea 100. kuusnurgas olev arv: 1p

Antud ainult õige vastus: 2p

4. Vastus: Lõik DK on pikkusega 8 cm.

Lahendus: Ristküliku ABCD pindala on

$6 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} = 72 \text{ cm}^2$. Seega nelinurga OBCK pindala on $72 \text{ cm}^2 : 3 = 24 \text{ cm}^2$.

Märkame, et kolmnurga OBC pindala on veerand ristküliku ABCD pindalast. Seega kolmnurga OBC pindala on

$72 \text{ cm}^2 : 4 = 18 \text{ cm}^2$. Seega kolmnurga KOC pindala on

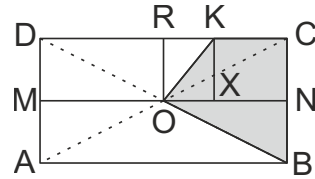
$24 \text{ cm}^2 - 18 \text{ cm}^2 = 6 \text{ cm}^2$. Olgu R külje DC keskpunkt. Kolmnurga ROC pindala on $\frac{1}{8}$ ristküliku ABCD pindalast ehk

$72 \text{ cm}^2 : 8 = 9 \text{ cm}^2$.

Seega kolmnurga ROK pindala on $9 \text{ cm}^2 - 6 \text{ cm}^2 = 3 \text{ cm}^2$. Teame, et RO on

$6 \text{ cm} : 2 = 3 \text{ cm}$. Joonestame punktist K ristlõigu. Olgu selle ristlõigu ja külgede AD ja BC keskpunkte ühendava lõigu MN lõikepunkt X.

Kolmnurga ORK pindala on pool ristküliku OXKR pindalast. Seega ristküliku OXKR pindala on $3 \text{ cm}^2 \cdot 2 = 6 \text{ cm}^2$. Kuna OR oli 3 cm, siis RK peab olema 2 cm. Seega $DK = DR + RK = 6 \text{ cm} + 2 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$.



Hindamisjuhised:

Leitud nelinurga OBCK pindala: 1p

Ristkülik jaotatud sobivateks osadeks ja leitud vajalike pindalade osade suurused: 1p

Leitud kui palju võrra DK erineb poolest DC-st: 2p

Leitud lõigu DK pikkus: 1p

Antud ainult õige vastus koos õige ühikuga: 2p (ainult vastus ilma õige ühikuta 1p)

5. Vastus: Rivis võis olla kas 8 või 16 last.

Lahendus:

Olgu esimene laps rivis vasakpoolsem. Vaatame kahte kõrvuti seisvat last, kes said komme kahel korral. Sel juhul esimesel korral sai neist kahest parempoolne kaks kommi vähem kui vasakpoolne, aga teisel korral kaks kommi rohkem kui vasakpoolne. Seega pidid nad võrdse arvu komme saame. Järelikult kõik need lapsed, kes said komme kahel korral said sama arvu komme ning vaid rivi viimase lapse saadud kommide arv saab erineda teiste laste poolt saadud kommide arvust.

Kui laps, kes ütles, et tema sai 32 kommi, ei olnud rivis viimane, siis ka esimene laps sai 32 kommi. Järelikult esimene laps sai esimesel korral 30 kommi. Igal järgmisel korral anti 2 kommi vähem. Seega saadi üldse anda komme 15 korral. Et üks neist sai ühel korral ja kõik ülejäänud kahel korral, siis lapsi oli rivis 8.

Kui see, kes ütles, et ta sai 32 kommi, oli rivis viimane, siis eelviimne laps sai teisel korral 30 kommi, temast vasakul seisev laps 28 kommi jne kuni esimene laps sai 2 kommi. Sel juhul pidi olema rivis 16 last.

Hindamisjuhised:

Märgitud, et kõik välja arvatud viimane laps, saavad sama arvu komme (see märkamine ja avastamine võib olla tehtud ka konkreetsete arvudega katsetades): 2p

Vaadeldud kahte juhtu, kus ütleja oli kas rivi viimane või mitte: 1p

Leitud, mitu last kummalgi juhul rivis oli: 2p

Antud ainult õige vastus: 2p (leitud vaid üks võimalus 1p)