

MATEMAATIKAOLÜMPIAADI PIIRKONNAVOOR

6. klass

11. märts 2022

LAHENDUSED ja HINDAMISJUHISED

I osa

- 1) 158
- 2) 87
- 3) 1023
- 4) 34
- 5) 6
- 6) 18
- 7) 12
- 8) 60 cm^2
- 9) 48
- 10) 29

I Hindamisjuhised

Iga õige vastus 2p.

Üi 8. (vastus 60 ilma õige pindalaühikuta 1p)

II osa

1. Vastus: Kohvipaki vähim võimalik hind oli 15 eurot.

Lahendus:

Et kolme kasti ostmiseks ei olnud tal piisavalt raha, aga 2,5 kasti ostmisel jäi 70 eurot alles, siis pool kasti kohvi maksis rohkem kui 70 eurot ehk viis pakki kohvi maksis vähemalt 71 eurot.

Et $71 : 5 = 14,2$, siis üks pakk kohvi pidi maksma rohkem kui 14 eurot.

Kuna pakk maksab täisarv eurosid, siis ühe paki vähim võimalik hind oli 15 eurot.

Hindamisjuhised:

Leitud, et 5 pakki kohvi maksab kokku rohkem kui 70 eurot: 2p

Leitud ühe paki hind kasutades, et see peab olema täisarv eurosid: 3p

Antud ainult õige vastus: 2p

2. Vastus: Summa on 135099.

Lahendus:

Olgu selle viiekohalise arvu numbrid vasakult paremale A, B, 5, C ja D ehk meil on viiekohaline arv AB5CD. Pärast keskmise numbri 5 esimeseks tõstmist saame arvu 5ABCD.

Seega $AB5CD - 5ABCD = 10800$. Siit saame, et vahe 5 – B üheliste number peab olema 8. Ainus võimalus on $B = 7$.

Sel juhul saame, et $(B - 1) - A$ üheliste number on 0. Kuna B oli 7, siis A peab olema 6.

Saame $675CD - 567CD = 10800$.

Seega arvu AB5CD suurim võimalik väärtus on 67598 ja vähim võimalik väärtus on 67501.

Suurima ja vähima väärtuse summa on $67598 + 67501 = 135099$.

Hindamisjuhised:

Tähistatud viiekohalise arvu numbrid: 1p

Leitud viiekohaline arv, mis tekib numbri viis esimeseks viimisel: 1p

Arvude vahe põhjal leitud viiekohalise arvu kaks esimest numbrit: 1p

Leitud vähim võimalik ja suurim võimalik väärtus: 1p

Leitud küsitud summa: 1p

Antud ainult õige vastus: 2p

3. Vastus: Rajal oli 10 takistust.

Lahendus:

Et neli prussakat ületasid pooled kõigist takistustest, siis neljakesi kokku ületasid nad kaks korda rohkem takistusi, kui rajal oli. Seega ülejäänud kuus prussakat ületasid ka kokku kogu raja takistuste arvust kaks korda rohkem takistusi. Kolmest prussakas igaüks ületas neli takistust ja seega kokku ületasid nad 12 takistust. Kaks prussakat ületasid kom takistust, siis nemad ületasid kokku 6 takistust. Lisaks oli üks prussakas, kes ületas kaks takistust. Need kuus prussakat ületasid kokku 20 takistust. Seega 20 on kaks korda suurem rajal olnud takistuste arvust. Saame, et rajal oli $20 : 2 = 10$ takistust.

Hindamisjuhised:

Leitud kuue prussaka poolt ületatud takistuste arv: 1p

Märgatud, et nelja prussaka poolt ületatud takistuste arv on kaks korda suurem kogu rajal olnud takistuste arvust: 2p

Järeldatud, et kuue prussaka poolt ületatud takistuste arv peab ka olema takistuste arvust kaks korda suurem: 1p

Leitud rajal olnud takistuste arv: 1p

Antud ainult õige vastus: 2p

4. Vastus: Selliseid kahekoalisi arve on 30.

Lahendus:

Kui Y on täisarv, siis enne viimast tehet on arv 5 võrra väiksem ja seega ka kindlasti täisarv. Arv, millele 5 liidetakse, on saadud mingi arvu jagamisel arvuga 3. Seega enne seda olev arv peab jaguma arvuga 3. Enne seda lahutati arvust 6. Kui mingist arvust lahutada arvuga 3 jaguv arv ja tulemuseks saadakse arvuga 3 jaguv arv, siis ka vähendatav ise peab jaguma arvuga 3. Enne seda on arvu X korrutatud arvuga 2 ja järelikult arv X peab ise olema selline, mis jagub arvuga 3.

Leiame kui palju on kahekoalisi arvuga 3 jaguvaid arve.

Arvuga 3 jaguvatest kahekoalistest arvudest vähim on $12 = 3 \cdot 4$ ja suurim on $99 = 3 \cdot 33$. Seega vastuseks sobivad arvude 4 kuni 33 (mõlemad kaasaarvatud) kolmekordsed.

Selliseid arve on $(33 - 4) + 1 = 30$.

Hindamisjuhised:

Näidatud, et sobivad vaid arvuga 3 jaguvad arvud (kas üldine arutlus või järelendus tehtud piisavalt paljude näidete põhjal): 2p

Järeldatud, et sobivad vaid arvuga 3 jaguvad arvud: 1p

Leitud, kui palju on kahekoalisi arvuga 3 jaguvaid arve: 2p

Antud ainult õige vastus: 2p

5. Vastus: Musta ruudu pindala on 25 cm^2 .

Lahendus:

Et valged ruudud on võrdsed ja nende kogupindala on 24 cm^2 , siis ühe valge ruudu pindala on $24 \text{ cm}^2 : 6 = 4 \text{ cm}^2$. Valge ruudu külje pikkus on järelikult 2 cm.

Halli kujundi ümbermõõt on võrdne sellise ruudu ümbermõõduga, mille küljepikkus on suure ruudu külje pikkusest lühem valge ruudu külje pikkuse võrra.

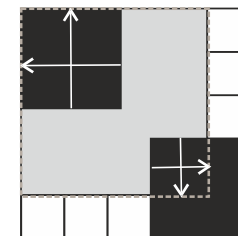
Halli osa ümbermõõt on võrdne sellise ruudu ümbermõõduga, mille külje pikkus on $36 \text{ cm} : 4 = 9 \text{ cm}$.

Seega suure ruudu külje pikkus on $9 \text{ cm} + 2 \text{ cm} = 11 \text{ cm}$.

Musta ruudu külj on suure ruudu küljest $3 \cdot 2 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$ võrra väiksem.

Musta ruudu külje pikkus on $11 \text{ cm} - 6 \text{ cm} = 5 \text{ cm}$.

Musta ruudu pindala on $5 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} = 25 \text{ cm}^2$.



Hindamisjuhised:

Valge ruudu külje pikkuse leidmine: 1p

Tähelepanek, et halli osa ümbermõõt on võrdne teatud ruudu ümbermõõduga: 1p

Leitud halli osa ümbermõõtu kasutades suure ruudu külje pikkus: 1p

Leitud musta ruudu külje pikkus: 1p

Leitud musta ruudu pindala: 1p

Antud ainult õige vastus: 2p