

MATEMAATIKAOLÜMPIAADI PIIRKONNAVOOR

5. klass

11. märts 2022

LAHENDUSED ja HINDAMISJUHISED

I osa

- 1) 127
- 2) 9
- 3) 20
- 4) 13
- 5) 30
- 6) 4
- 7) 3
- 8) 4 cm^2
- 9) 5 cm
- 10) 9

I Hindamisjuhised

Iga õige vastus 2p.

ÜI 8. (vastus 4 ilma õige pindalaühikuta 1p)

ÜI 9. (vastus 5 ilma õige pikkusühikuta 1p)

II osa

1. Vastus: Peres on 6 last.

Lahendus:

Et Martini vennal on kolm õde, siis peres on 3 tütar.

Samas teame, ka et poisse on vähemalt kaks.

Kuna Martin ei ole pere noorim laps, siis on kaks võimalust: pere noorimaks on üks kolmest tüdrukust või poiss, kes on Martinist noorem.

Olgu pere noorim laps tüdruk, siis tal on kindlasti kaks õde ja ka vähemalt kaks venda. Nii aga ei saa olla, sest noorimal pidi vendi vähem olema kui õdesid. Järelikult on pere noorimaks lapseks poiss. Sel juhul on pere noorimal poisil kaks venda ja kolm õde ning kokku on peres 6 last.

Hindamisjuhised:

Leitud, et peres on 3 tütar: 1p

Leitud, et poisse on laste seas vähemalt kaks: 1p

Vaadeldud võimalust kui pere noorimaks on üks tüdrukutest: 1p

Vaadeldud, kui pere noorimaks on Martinist noorem poiss: 1p

Tehtud järeldus, et lapsi on peres 6. 1p

Antud ainult õige vastus: 2p

2. Vastus: Summa on 484.

Lahendus:

Kuna summa $A + 6 + 1$ viimane number on 1, siis peab A olema 4, sest A on number. Saame, et $A + 6 + 1 = 11$.

Järelikult summa $1 + 2 + B + 1$ viimane number peab olema 0. Kuna B on number, siis B peab olema 6. Saame, et $1 + 2 + B + 1 = 10$.

Järelikult $1 + 3 + 5 + C = 10$, millest saame $C = 1$.

Kolmekohaline arv ABC on 461.

Et summa $D + 8$ viimane number peab olema 1, siis $D = 3$ ja $D + 8 = 11$.

Seega $1 + 7 + E = 10$, millest $E = 2$.

Kahekohaline arv ED on 23.

Kolmekohalise arvu ABC ja kahekohalise arvu ED summa on $461 + 23 = 484$.

Hindamisjuhised:

Leitud tähtedele A, B ja C vastavad numbrid: 3p

Leitud kahekohaline arv ED: 1p

Leitud arvude ABC ja ED summa: 1p

Antud ainult õige vastus: 2p

3. Vastus: Ühes kastis on 67 kommi.

Lahendus:

Kuna neljas kastis on kokku vähem kui 270 kommi ja $270 : 4 = 67$ jääk 2, siis üheski kastis ei saa olla rohkem kui 67 kommi.

Kuna kolmes kastis on kokku rohkem kui 200 kommi ja $200 : 3 = 66$ jääk 2, siis ühes kastis peab olema rohkem kui 66 kommi.

Ühelt pool peab ühes kastis olema komme rohkem kui 66, aga teiselt poolt mitte rohkem kui 67, siis komme saab ühes kastis olla vaid 67.

Hindamisjuhised:

Leitud, et ühes kastis ei saa olla rohkem kui 67 kommi: 2p

Leitud, et et ühes kastis peab olema rohkem kui 66 kommi: 2p

Tehtud õige järeldus kastis olevate kommade arvu kohta: 1p

Antud ainult õige vastus: 2p

4. Vastus: Mati tornis võivad kuubikud olla alt ülespoole järjestuses kas sinine, must, valge, roheline või roheline, valge, must, sinine.

Lahendus:

Et Kati torni alumine kuubik oli valge, siis Mati torni alumine kuubik võis olla sinine, roheline või must.

Kui alumine kuubik oleks sinine. Sel juhul ei saa kohe selle peal olla valge, ega ka roheline kuubik, sest Kati torni sinine kuubik puutus nendega kokku. Seega sinise kuubiku peal peab olema must kuubik. Musta kuubiku peal ei saa olla roheline kuubik, sest muidu oleks roheline kuubik samal kõrgusel, mis Kati tornis. Seega roheline kuubiku peal peab olema valge kuubik. Ülemine kuubik peab olema roheline. Saame kuubikute värvid alt üles: sinine, must, valge, roheline.

Kui alumine kuubik oleks roheline. Sel juhul saaks kohe roheline peal olla vaid valge kuubik, sest roheline ei tohi kokku puutuda sinise ja musta kuubikuga. Valge kuubiku peal saaks olla vaid must kuubik ja selle peal sinine. Saame kuubikute värvid alt üles: roheline, valge, must, sinine.

Kui alumine kuubik oleks must. Kohe selle peal ei saaks olla roheline kuubik, sest Kati tornis puutusid need kokku ning ei saaks olla sinine, sest muidu oleks sinised kuubikud mõlemas tornis samal kõrgusel.

Seega kohe musta kuubiku peal peaks olema valge kuubik. Valge peal aga ei saaks olla sinine, sest Kati tornis need puutuvad kokku ning ei saaks olla roheline, sest muidu oleks roheline kuubik samal kõrgusel kui Kati tornis. Seega ei ole võimalik ehitada torni, mille alumine kuubik oleks must.

Hindamisjuhised:

Tähelepanek, et Mati torni alumise kuubiku värviks on kolm võimalust: 1p

Vaadatud, kui Mati torni alumine kuubik on sinine ja leitud järjestus: 1p

Vaadatud, kui Mati torni alumine kuubik on roheline ja leitud järjestus: 1p

Näidatud, et Mati torni alumine kuubik ei saa olla must: 2p

Antud ainult kaks õiget järjestust: 2p

5. Vastus: Musta ristküliku pindala on $19,5 \text{ cm}^2$.

Lahendus:

Vaatame kahte halli ristkülikut. Nende pikemad küljed on võrdsed neist moodustuva ruudu küljega ning lühemate külgede (kummastki üks) pikkuste summa on võrdne moodustuva ruudu külje pikkusega. Sel juhul hallide ristkülikute ümbermõõtude summa on võrdne neist moodustuva ruudu külje pikkuse kuuekordsega.

Et $22 \text{ cm} + 26 \text{ cm} = 48 \text{ cm}$, siis neist moodustuva ruudu külje pikkus oleks $48 \text{ cm} : 6 = 8 \text{ cm}$. Järelikult hallide ristkülikute pikemad küljed on pikkusega 8 cm. Edasi saame, et valgeks värvitud ristkülikute lühemate külgede pikkused oleks $9,5 \text{ cm} - 8 \text{ cm} = 1,5 \text{ cm}$.

Seega mustaks värvitud ristküliku pikema külje pikkus on $9,5 \text{ cm} - 1,5 \text{ cm} - 1,5 \text{ cm} = 6,5 \text{ cm}$.

Musta ristküliku lühema külje pikkuse saame kui suurima ristküliku pikema külje pikkusest lahutame hallide ristkülikute nende külgede pikkused, millede summa on võrdne neist moodustuva ruudu külje pikkusega.

Seega musta ristküliku lühema külje pikkus on $11 \text{ cm} - 8 \text{ cm} = 3 \text{ cm}$.

Musta ristküliku pindala on $6,5 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 19,5 \text{ cm}^2$.

Hindamisjuhised:

Leitud hallidest ristkülikutest moodustuva ruudu külje pikkus: 1p

Märgatud, et valgete ristkülikute lühemad küljed on võrdsed ja leitud selle pikkus: 1p

Leitud musta ristküliku pikema külje pikkus: 1p

Leitud musta ristküliku lühema külje pikkus: 1p

Leitud musta ristküliku pindala: 1p

Antud ainult õige vastus: 2p

