

MATEMAATIKAOLÜMPIAADI PIIRKONNAVOOR

5. klass

5. mai 2021

LAHENDUSED ja HINDAMISJUHISED

I osa

- 1) 419
- 2) 35
- 3) 3 või $X=3$
- 4) 12
- 5) 18
- 6) 49
- 7) 10
- 8) $2,5 \text{ cm}^2$ (ilma õige ühikuta 1p)
- 9) 20,21 cm (ilma õige ühikuta 1p)
- 10) 9 (vastuse eest kujul $A = 4$, $B = 1$, $C = 4$ anda 1p)

II osa

1. Vastus. Pelle lõpetas 24 sekundit enne Matit.

Lahendus. Kuna Pelle jooksis kaks korda kiiremini kui Kalle, siis sel hetkel kui Pelle jooksu lõpetas, pidi Kalle olema poole tee peal. Seega Kalle jooksis 24 sekundit ning Pelle 12 sekundit. Et Pelle jooksis Matist kolm korda kiiremini, siis Mati jooksis $3 \cdot 12 = 36$ sekundit. Seega Pelle lõpetas $36 - 12 = 24$ sekundit enne Matit.

Hindamine

Leitud Kalle jooksuaeg: 2p

Leitud Pelle jooksuaeg: 1p

Leitud Mati jooksuaeg: 1p

Leitud mitu sekundit Matist varem Pelle jooksu lõpetas: 1p

Antud vaid õige vastus: 2p

2. Vastus. Arv oli oma esimesest numbrist 1216 korda suurem.

Lahendus 1.

Kuna otsitakse suurimat võimalikku, siis otsime suurimat ühekohalist arvu X, mida korrutades arvuga 456, saame korrutise üheliste numbriks ka X.

Kui X oleks 9, siis korrutise $9 \cdot 456$, üheliste number oleks 4. Seega ei saa selle arvu üheliste numbriks olla 9.

Kui X oleks 8, siis korrutise $8 \cdot 456$, üheliste number oleks 8. Seega sobib. Järelikult suurim selline neljakohaline arv on $8 \cdot 456 = 3648$. See arv on oma esimesest numbrist 3 suurem $3648 : 3 = 1216$ korda.

Lahendus 2. Olgu Kati kirjutatud arv ABCD. Siis teame, et $D \cdot 456 = ABCD$.

Kuna korrutis on neljakohaline, siis D peab olema vähemalt 3. Et $D \cdot 6$ üheliste number peab olema D, siis D saab olla 4, 6 või 8.

On selge, et korrutis on suurim kui D on suurim võimalik.

Seega arv ABCD on $8 \cdot 456 = 3648$.

See arv on oma esimesest numbrist 3 suurem $3648 : 3 = 1216$ korda.

Hindamine

Näidatud et D peab olema 8 (kas aruteluga või kõik variandid läbi proovitud): 3p

Leitud neljakohaline arv: 1p

Leitud mitu korda on see suurem oma esimesest numbrist: 1p.

Antud vaid õige vastus: 2p

3. Vastus. Ristküliku pindala on 66 cm^2 .

Lahendus. Keskmise ruudu külg on 1,5 korda suurem väikse ruudu küljest ja suure ruudu külg on kolm korda suurem väikse ruudu küljest. Seega moodustatud ristküliku lühema külje pikkus on võrdne 3 väikse ruudu külje pikkusega ja pikem külg on võrdne $1 + 1,5 + 3 = 5,5$ väikse ruudu küljega. Moodustatud ristküliku übermõõt on järelikult võrdne $3 + 5,5 + 3 + 5,5 = 17$ väikse ruudu küljepikkusega.

Seega väikse ruudu külje pikkus on $34 \text{ cm} : 17 = 2 \text{ cm}$.

Moodustatud ristküliku külgede pikkused on järelikult $3 \cdot 2 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$ ja $5,5 \cdot 2 \text{ cm} = 11 \text{ cm}$.

Ristküliku pindala on $6 \text{ cm} \cdot 11 \text{ cm} = 66 \text{ cm}^2$.

Hindamine

Leitud kolme liiki ruutude külgede pikkuste omavahelised seosed: 1p

Avaldatud moodustatud ristküliku külgede pikkused mingi ühte liiki ruudu külje pikkuse kaudu: 1p

Leitud übermõõdu avaldamisel kasutatud ruudu külje pikkus: 1p

Leitud ristküliku mõõtmed: 1p

Leitud ristküliku pindala: 1p

Antud vaid õige vastus koos õige ühikuga 2p.

4. Vastus. Tahvlile kirjutatakse arv 16.

Lahendus. Leiame järjest kirjutatavad arvud:

Algul on arv 61.

1 minuti möödudes: $6 \cdot 1 + 13 = 19$

2 minuti möödudes: $1 \cdot 9 + 13 = 22$

3 minuti möödudes: $2 \cdot 2 + 13 = 17$

4 minuti möödudes: $1 \cdot 7 + 13 = 20$

5 minuti möödudes: $2 \cdot 0 + 13 = 13$

6 minuti möödudes: $1 \cdot 3 + 13 = 16$

7 minuti möödudes: $1 \cdot 6 + 13 = 19$

Näeme, et 7 minuti möödumisel kirjutatud arvust hakkavad arvud korduma arvust, mis kirjutati esimese minuti möödudes. Seega kui a minuti möödudes kirjutati arv X , siis ka $a + 6$ minuti möödudes kirjutatakse arv X . Seega 60 minuti möödudes kirjutatakse sama arv, mis 6 minuti möödudes ehk arv 16.

Hindamine

Leitud arv, mis kirjutatakse 3 minuti möödudes: 1p

Leitud arv, mis kirjutatakse 5 minuti möödudes: 1p

Leitud arv, mis kirjutatakse (6) 7 minuti möödudes: 1p

Tehtud tähelepanek, et kirjutatavad arvud hakkavad korduma (saab ka teha 6 minuti järel kirjutatud arvust, sest arvude 61 ja 16 numbrid on samad): 1p

Leitud arv, mis kirjutatakse 60 minuti möödudes: 1p

Antud vaid õige vastus: 2p

5. Vastus. Kaardi arvuga 6 teisel pool saab olla kas arv 5 või arv 8.

Lahendus 1. Kahe näha oleva arvu suurim summa peab olema 13. Järelikult kõige suurem arv, mis saab olla kirjutatud kaardi arvuga 6 teisele poolele, on 8, ja kõige väiksem on 5.

Ütleme, et kaardi arvuga 5 teisel poolel on arv X .

- Kui kaardi arvuga 6 teisel pool oleks arv 8, siis kaks summat oleks teada: $5 + 6 = 11$ ja $5 + 8 = 13$. Teised summad $X + 6$ ja $X + 8$ peaksid võrduma arvudega 10 ja 12, millest $X = 4$. Järelikult kaardi arvuga 6 teisel pool saab olla arv 8.
- Kui kaardi arvuga 6 teisel pool oleks arv 7, siis teada oleks summad: $5 + 6 = 11$ ja $5 + 7 = 12$. Summad $X + 6$ ja $X + 7$ peaksid võrduma arvudega 10 ja 13, mis on aga võimatu.
- Kui kaardi arvuga 6 teisel pool oleks arv 6, siis teada oleks summad: $5 + 6 = 11$ ja $5 + 6 = 11$, mis ei vasta tingimustele.
- Kui kaardi arvuga 6 teisel pool oleks arv 5, siis tead oleks summad: $5 + 5 = 10$ ja $5 + 6 = 11$. Kaks ülejäänud summat $X + 5$ ja $X + 6$ peaksid võrduma arvudega 12 ja 13. See on võimalik kui $X = 7$. Järelikult kaardi arvuga 6 teisel pool saab olla arv 5.

Oleme saanud, et kaardi arvuga 6 teisel pool saab olla kas arv 5 või arv 8.

Lahendus 2. Joonisel näha olevate arvude summa on 11.

Et saada summat 10, siis kas

- a) 6 teisel pool on 5,
- b) 5 teisel pool on 4,
- c) või mõlema kaardi teisel pool olevate arvude summa on 10.

a) Kui 6 pöördel oleks 5, siis selleks, et saada summat 13 peaks 5 pöördel olema 7.

Neljas võimalik summa oleks siis $5 + 7 = 12$.

Seega arvu 6 teisel pool saab olla arv 5.

b) Kui 5 teisel pool oleks 4, siis summa 13 saamiseks peaks 6 teisel pool olema 8. Sel juhul oleks neljas summa $4 + 8 = 12$.

Seega saab olla, et arvuga 6 kaardi teisel pool on arv 8.

c) Kui kaartide teistel pooltel olevate arvude summa oleks 10, siis kõigi nelja arvu summa oleks $10 + 11 = 21$. Neist kahe arvu summa peaks olema 13. Järelikult kahe ülejäänud arvu summa peaks olema sel juhul $21 - 13 = 8$. See aga ei vasta tingimustele.

Seega kaardi arvuga 6 teisel pool saab olla kas arv 5 või arv 8.

Hindamine

Näidatud, et kaardi arvuga 6 teisel pool saab olla arv 5: 1p

Näidatud, et kaardi arvuga 6 teisel pool saab olla arv 8: 1p

Näidatud süsteemselt, et ükski teine arv peale 5 ja 8 ei saa olla arvuga 6 kaardi pöördel: 3p

Antud vaid õige vastus: 2p (antud vastuseks vaid üks arv 1p)