

MATEMAATIKAOLÜMPIAADI PIIRKONNAVOOR

6. klass

8. märts 2019

LAHENDUSED ja HINDAMISJUHISED

I osa

- 1) 45
- 2) $6 : 2 + 3 \cdot 1 = 6$
- 3) 1, 2, 9 ja 8
- 4) 17
- 5) 3 aastane
- 6) 10 cm^2
- 7) F
- 8) 38 cm
- 9) 6,5 cm
- 10) 57

Iga õige vastus 2p.

Ülesannetes 6, 8 ja 9 ilma ühikuta või vale ühikuga anda 1p.

II osa

1.

Vastus: Summa vähim võimalik väärtus on 882.

Lahendus 1: Arv jagub arvuga 9, kui arvu ristsumma jagub arvuga 9. Kuna kasutusel on 9 erinevat numbrit ja arvud on kahekohalised, siis arvude ristsummad saavad olla 18 ja 9. On selge, et kui arvu üheks numbriks on 9, siis selle arvu ristsumma saab olla vaid 18. On ka selge, et numbrit 8 ja 7 ei kuuluda arvudesse, mille numbrite summa 9. Seega kahe arvu numbrite summa on 18 ja ühe oma on 9.

Vaatleme millised on võimalused arvu numbriteks, et arvu ristsumma oleks 9. Selleks on kolm võimalust 135, 126 ja 234.

Kui üheks arvuks oleks 135.

Siis ülejäänud numbritest moodustuvad vähimad arvud, millede numbrite summaks on 18 on 279 ja 468. Nende kolme arvu summa on 882.

Kui üheks arvuks oleks 126.

Siis ülejäänud numbritest moodustuvad vähimad arvud oleks 378 ja 459. Nende kolme arvu summa oleks 963.

Kui üheks arvuks oleks 234.

Siis ülejäänud kahe arvu vähimad võimalikud väärtused oleks 189 ja 567. Nende kolme arvu summa oleks 990.

Järelikult vähima võimaliku summa saame, kui need kolm arvu on 279, 468 ja 135, millede summa on 882.

Lahendus 2: Arv jagub arvuga 9, kui arvu ristsumma jagub arvuga 9. Kuna kasutusel on 9 erinevat numbrit ja arvud on kahekohalised, siis arvude ristsummad saavad olla 18 ja 9. On selge, et kui arvu üheks numbriks on 9, siis selle arvu ristsumma saab olla vaid 18. On ka selge, et numbrit 8 ja 7 ei kuuluda arvudesse, mille numbrite summa 9.

Vaatleme edasi arvu, mille üheks numbriks on 9.

Sel juhul kaks ülejäänud numbrit saavad olla 1 ja 8, 2 ja 7, 4 ja 5, 6 ja 3.

a) Kui need oleks 1 ja 8. Sel juhul arv, mille üheks numbriks on 7 ja ristsumma on 18 kaks ülejäänud numbrit saavad olla vasis 5 ja 6. Kolmandaks arvuks moodustuks allesjäänud numbritest 234.

Seega kolm arvu oleksid 189, 567 ja 234. Nende summa on 990.

b) Kui need oleks 2 ja 7. Sel juhul teise arvu, mille üheks numbriks oleks arv 8, kaks ülejäänud numbrit peaks olem 6 ja 4. Kolmandaks arvuks moodustuks 135.

Seega kolm arvu oleksid 279, 468 ja 135. Nende summa on 882.

c) Kui need oleks 4 ja 5. Sel juhul numbriga 8 oleks samas arvus veel numbrid 7 ja 3. Kolmas arv moodustuks numbritekst 1, 2 ja 6.

Need kolm arvu oleksid 459, 378 ja 126. Nende summa on 963.

d) Kui need oleks 6 ja 3. Sel juhul ei õnnestu leida kahte numbrit arvu, kus üheks numbriks oleks 8.

Järelikult vähima võimaliku summa saame, kui need kolm arvu on 279, 468 ja 135, millede summa on 882.

Hindamine:

Tähelepanek, et arvude ristsummad peavad olema 18, 18 ja 9: 1p

Vaadeldud läbi lõik võimalused: 4p

Antud ainult õige vastus: 2p

2.

Vastus: Valitud arv oli 24.

Lahendus: Kuna arvu 21 oli ta saanud viimase numbri kustutamise teel, siis enne seda pidi olema tal arv järgnevast loetelust 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219. Kuna selle arvu oli ta saanud 7-ga korrutamisel, siis vaatame, millised neist jaguvad arvuga 7.

Selliseid arve on kaks: 210 ja 217. Seega enne arvuga 7 korrutamist oli tal kas arv $210 : 7 = 30$ või arv $217 : 7 = 31$. Enne seda olnud arv pidi kuuluma loetelusse 300, 301, ..., 309, 310, 311, ... 318, 319.

Kuna selle arvu oli ta saanud oma valitud arvu korrutamisel arvuga 13, siis tuleb vaadata milline neist/millised neist jaguvad arvuga 13.

Nende seas on täpselt üks arv, mis jagub arvuga 13. See on 312.

Et $312 : 13 = 24$, siis Mati valitud arvuks oligi 24.

Hindamine:

Leitud kõik arvud, mis said olla enne viimast viimase numbri kustutamist: 1p.

Leitud nende seast 7-ga jaguvad arvud: 1p

Leitud arvud, mis oli alles jäänud pärast esimest viimase numbri kustutamist: 1p

Leitud nende seast arv, mis jagub arvuga 13: 1p

Leitud Mati valitud arv: 1p

Antud ainult õige vastus: 2p

Kui vastus on leitud nn proovimise teel, aga on näha, et on proovitud mingi arvuga ja siis järeldatud, et see peab olema suurem või väiksem ja nii jõutud vastuseni, anda lahenduse eest 5p. Kui aga on antud vastus 24 ja näidatud vaid, et see sobib, siis anda kokku 3p.

3.

Vastus: Kati sai täna 6 hinnet viis.

Lahendus: Kui Anne lause "Täna sain ma mittevähem kui seitse hinnet viis." oleks tõene, siis oleks ka tema teine lause tõene, sest kui ta sai vähemalt 7 hinnet viits, siis ta sai ju ka rohkem kui kolm hinnet viis. Seega Anne esimene lause on vale ja teine õige. Teame nüüd, et Anne sai täna rohkem kui 3 hinnet viis. Kuna hinnet viis said nad kahepeale kokku 10 tükki, siis Kati oleks pidanud saama hinnet viis vähem kui 7. Samas sai Kati viisi rohkem kui Anne. Seega on ainus võimalus, et Anne sai 4 hinnet viis ja Kati 6 hinnet viis.

Hindamine:

Näidatud, milline Anne lausetest peab olema vale: 1p

Näidatud, milline Kati lausetest peab olema vale: 2p

Tehtud õige järeldus tüdrukute hinnete kohta: 2p

Antud ainult õige vastus: 2p Kui lisaks on näidatud, et see sobib, siis anda 3p.

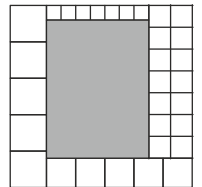
Kui vastus on leitud proovimiste teel ja neist on näha, et tehtud järeldusi, kas viite hulka tuleb suurendada või vähendada ja miks seda tuleb teha, siis anda 5p.

4.

Vastus: Tumedaks värvitud ristküliku pindala on 266 cm^2 .

Lahendus: Suure ruudu vasakult küljelt näeme, et seal olevad 5 ühesuurust valget ruutu peavad olema küljepikkusega $25 \text{ cm} : 5 = 5 \text{ cm}$. Ruudu alumiselt küljelt näeme, et viie järgmise suurusega valge ruudu küljepikkus peab olema $(25 \text{ cm} - 5 \text{ cm}) : 5 = 4 \text{ cm}$. Suure ruudu paremalt küljelt näeme, et seitsme suuruselt järgmiste valgete ruutude küljepikkus peab olema $(25 \text{ cm} - 4 \text{ cm}) : 7 = 3 \text{ cm}$. Ülemiselt küljelt näeme, et tumedamaks värvitud ristküliku lühema külje pikkus on $25 \text{ cm} - 5 \text{ cm} - 2 \cdot 3 \text{ cm} = 14 \text{ cm}$.

Tumedaks värvitud ristküliku pikema külje pikkus on $25 \text{ cm} - 2 \text{ cm} - 4 \text{ cm} = 19 \text{ cm}$.



Tumedaks värvitud ristküliku pindala on $14 \text{ cm} \cdot 19 \text{ cm} = 266 \text{ cm}^2$.

Hindamine:

Leitud suuruselt kolme suurema valge ruudu küljepikkused: 3p

Leitud tumedamaks värvitud ristküliku külgede pikkused: 1p

Leitud tumedamaks värvitud ristküliku pindala: 1p

Antud ainult vastus koos õige ühikuga: 2p (ilma ühikuta 1p)

5.

Vastus: Kusti kustutas 33 arvu.

Lahendus: Naturaalarvude 1 kuni 100 seas on täpselt 20 arvu, milles on vähemalt üks number 1: 1, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91, 100.

Seega need kõik arvud pidid tahvlile alles jääma.

Naturaalarvude 1 kuni 100 seas on täpselt 19 arvu, milles on vähemalt üks number 2: 2, 12, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 32, 42, 52, 62, 72, 82, 92. Seega kõik need arvud pidid tahvlile alles jääma.

Neist kahest kokku saame, et tahvlil olid alles kindlasti arvud, 1, 2, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 31, 32, 41, 42, 51, 52, 61, 62, 71, 72, 81, 82, 91, 92, 100. Neid on kokku 37 tükki.

Mitteüheski ülejäänud arvus ei ole numbrit 1 ega 2, et selliseid pidi tahvlil olema veel 30. Siis tahvlil oli alles $37 + 30 = 67$ arvu.

Järelikult $100 - 67 = 33$ arvu kustutas.

Hindamine: Leitud, et kõik arvud, milles vähemalt üks number 1, jäid tahvlile: 1p

Leitud, et kõik arvud, milles vähemalt üks number 2, jäid alles: 1p

Leitud kokku need arvud, milles on numbrit 1 ja numbrit 2: 1p

Täheldatud, et ülejäänud arve pidi neile lisaks olema 30: 1p

Leitud kustutatud arvude arv: 1p.

Antud ainult õige vastus: 2p